

SIMULAČNÍ VÝPOČTY EXOTICKÝCH OPCÍ



České vysoké učení technické v Praze

Fakulta elektrotechnická

Katedra ekonomiky, manažerství a humanitních věd

Petr Sedlák

Magisterský studijní program: Elektrotechnika, energetika a management

Studijní obor: Management energetiky a elektrotechniky

Vedoucí práce: prof. Ing. Oldřich Starý, CSc.

*Diplomová práce
Květen 2020*

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem předloženou práci vypracoval samostatně a že jsem uvedl veškeré použité informační zdroje v souladu s Metodickým pokynem o dodržování etických principů při přípravě vysokoškolských závěrečných prací.

Místo a datum

Petr Sedlák

I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: **Sedlák** Jméno: **Petr** Osobní číslo: **460505**
Fakulta/ústav: **Fakulta elektrotechnická**
Zadávací katedra/ústav: **Katedra ekonomiky, manažerství a humanitních věd**
Studijní program: **Elektrotechnika, energetika a management**
Specializace: **Management energetiky a elektrotechniky**

II. ÚDAJE K DIPLOMOVÉ PRÁCI

Název diplomové práce:

Simulační výpočty exotických opcí

Název diplomové práce anglicky:

Valuation of Exotic Options via Simulations

Pokyny pro vypracování:

Popište exotické opce, které se vyskytují v energetice
Analyzujte možnosti stanovení hodnoty těchto opcí pomocí analytických nástrojů
Navrhněte simulační model pro tyto opce
Proveďte kontrolní výpočty

Seznam doporučené literatury:

S. Errera and S. Brown, Fundamentals of Trading Energy Futures & Options. 2002.
F. E. Benth and M. D. Schmeck, "Pricing and hedging quanto options in energy markets," J. Energy Mark., vol. 7, no. 2, 2014.
A. Eydeland and W. Krzysztof, Energy and Power Risk Management. John Wiley & Sons, Inc., 2003.
R. Carmona and V. Durrleman, "Pricing and hedging spread options," SIAM Rev., vol. 45, no. 4, 2003.

Jméno a pracoviště vedoucí(ho) diplomové práce:

prof. Ing. Oldřich Starý, CSc., katedra ekonomiky, manažerství a humanitních věd FEL

Jméno a pracoviště druhé(ho) vedoucí(ho) nebo konzultanta(ky) diplomové práce:

Datum zadání diplomové práce: **17.01.2020** Termín odevzdání diplomové práce: **22.05.2020**

Platnost zadání diplomové práce: **30.09.2021**

prof. Ing. Oldřich Starý, CSc.
podpis vedoucí(ho) práce

podpis vedoucí(ho) ústavu/katedry

prof. Mgr. Petr Páta, Ph.D.
podpis děkana(ky)

III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Diplomant bere na vědomí, že je povinen vypracovat diplomovou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací.
Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je třeba uvést v diplomové práci.

Datum převzetí zadání

Podpis studenta

Poděkování

Děkuji prof. Ing. Oldřichovi Starému, CSc. za cenné připomínky a návrhy na vylepšení práce.

Anotace

Diplomová práce se zabývá exotickými opcemi, používanými v energetickém sektoru, a simulačními výpočty pro jejich ohodnocení. V praktické části jsou vytvořeny modely a provedeny simulační výpočty pro asijskou opci a calendar spread opci.

Klíčová slova: Exotické opce, GBM, mean reverting model, Monte Carlo simulace, calendar spread opce, asijská opce, futures na ropu, Python

Annotation

The master's thesis is about exotic options used in energy sector and their valuation using simulation calculations. In the main part, models and simulations are created for Asian and calendar spread options.

Keywords: Exotic options, GBM, mean reverting model, Monte Carlo simulation, calendar spread option, Asian option, average option, crude oil futures, Python

Obsah

1	<u>ÚVOD</u>	1
1.1	OPCE	1
1.2	PARAMETRY OVLIVŇUJÍCÍ CENU OPCE	4
1.3	BURZY S ENERGETICKÝMI KOMODITAMI VE SVĚTĚ	5
1.4	VYUŽITÍ EXOTICKÝCH OPCÍ PRO SEKTOR ENERGIÍ	6
2	<u>EXOTICKÉ OPCE V ENERGETICE</u>	7
2.1	SPREAD OPCE	7
2.2	QUANTO OPCE	9
2.3	SWING OPCE	10
2.4	ASIJSKÉ OPCE	10
2.5	SWAPTIONS	11
3	<u>NÁSTROJE PRO STANOVENÍ HODNOTY OPCÍ</u>	13
3.1	VZORCE	13
3.2	NUMERICKÉ METODY	13
3.3	MONTE CARLO SIMULACE	13
3.4	MODELÝ SPOJITÉHO ČASU	15
3.4.1	GEOMETRIC BROWNIAN MOTION	16
3.4.2	ORNSTEIN-UHLENBECK PROCESS	16
3.4.3	ORNSTEIN-UHLENBECK PROCESS + JUMP DIFFUSION	17
3.5	MODELÝ ČASOVÝCH ŘAD	18
3.6	ZPRACOVÁNÍ ČASOVÝCH PRŮBĚHŮ CENY	19
4	<u>SIMULAČNÍ MODELÝ</u>	21
4.1	DATASETY	21
4.2	ASIJSKÁ OPCE	24
4.3	SPREAD OPCE	24
4.4	GEOMETRIC BROWNIAN MOTION (GBM) MODELÝ	25
4.4.1	VÝPOČET PRO ASIJSKOU OPCÍ	25

4.4.2	VÝPOČET PRO CALENDAR SPREAD OPCÍ.....	32
4.5	MEAN REVERTING MODEL	37
5	<u>VYHODNOCENÍ.....</u>	43
6	<u>SEZNAM OBRÁZKŮ.....</u>	48
7	<u>SEZNAM TABULEK.....</u>	49
8	<u>POJMY</u>	50
9	<u>ZDROJE</u>	51
10	<u>PŘÍLOHY.....</u>	I

1 Úvod

Cílem diplomové práce je vytvoření simulačních výpočtů pro vybrané exotické opce, vyskytující se v energetickém sektoru.

Text práce je rozdělen do následujících částí. První kapitola je úvodem do tématiky, jsou vysvětleny klasické opce, představeny exotické opce a jejich využití pro energetické komodity. Druhá kapitola se soustředí na detailní popis vybraných exotických opcí, které se objevují na burzách nebo OTC (over-the-counter) trhu. Třetí kapitola prozkoumává možnosti nástrojů pro ocenění exotických opcí. Ve čtvrté kapitole jsou vytvořeny simulační výpočty pro vybrané opce z druhé kapitoly. V rámci kapitoly jsou také provedeny kontrolní výpočty. Pátá kapitola hodnotí předchozí text diplomové práce.

V textu se používá česká terminologie, ovšem pro některé termíny se používají nebo existují jen anglické verze. Termíny vanilla opce, klasické opce a tradiční opce jsou považovány za synonyma.

1.1 Opce

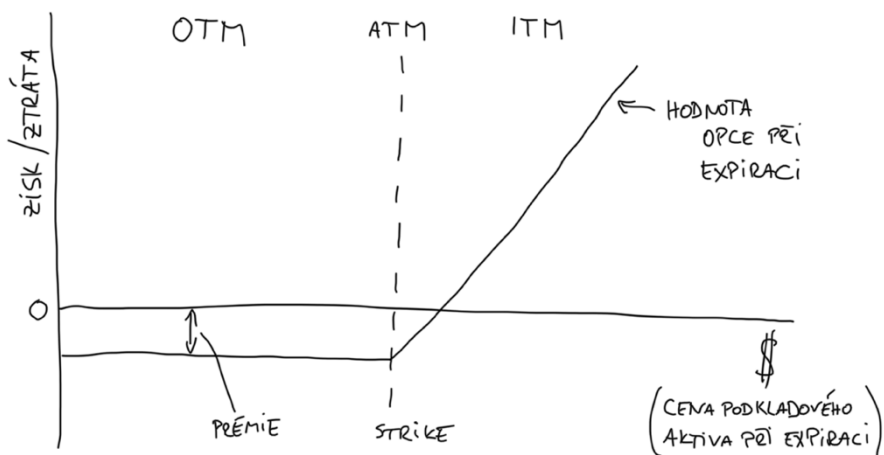
Opce (z anglického „option“, doslovný překlad „volba“) je jeden z finančních derivátů. Deriváty jsou vázány k nějakému podkladovému aktivu (například měna, komodita, akcie nebo další derivát), od kterého se odvíjí jejich cena a ke kterému poskytují nějakou funkci. Deriváty jsou však samostatné kontrakty a jejich vlastnictví neznámá vlastnictví podkladového aktiva. Opce dávají jejímu vlastníkovvi možnost koupit nebo prodat podkladové aktivum za strike price (realizační cena), která je v případě vanilla opcí předem domluvena, u exotických opcí může být známá až v době expirace. Mezi ostatní deriváty patří future, forward, warrant a swap.

Opce se využívají ke snížení rizika, vycházejícího z nejistoty budoucích cen podkladových aktiv. Opce pak mají funkci pojištění proti nepříznivým vývojem cen na trhu. Druhá možnost využití je ke spekulování, kde spekulanti profitují ze správného odhadu budoucích cen podkladového aktiva. Tato skupina je důležitá pro vytváření likvidity na trhu, která pomáhá ke správnému oceňování opcí.

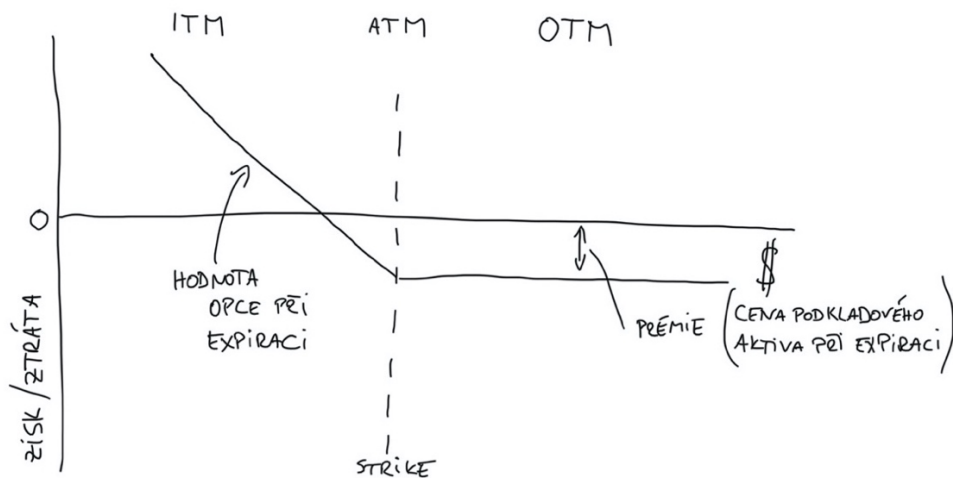
Opce se dají rozdělit do 2 skupin, vanilla a exotické. Vanilla opce jsou buď evropské nebo americké. Pokud lze uplatnit opci jen v době její expirace, jedná se o opci evropskou. Když je ale možnost využít opci kdykoli od doby vytvoření kontraktu do doby její expirace včetně, jedná se

o americkou opci. Opce se dále liší v tom, jestli dávají možnost prodat (PUT) nebo koupit (CALL) podkladové aktivum za předem domluvenou cenu. Vypisovatel opce se po jejím prodání ocitá v short pozici, kupující v long pozici. Ceně, za kterou se opce prodá, se říká prémie.

Opce se může pohybovat ve 3 stavech, které se určují podle strike (cena, za kterou vlastník opce může koupit nebo prodat podkladové aktivum; realizační cena) a ceny podkladového aktiva na burze. Tyto 3 stavy jsou v penězích (ITM), mimo peníze (OTM) nebo na penězích (ATM). Opce mimo peníze v době expirace je bezcenná. Bližší vysvětlení těchto pojmů je na obrázcích 1 a 2. Na obrázcích jsou long pozice pro CALL i PUT, short pozice se vytvoří zrcadlením podle vodorovné osy.



Obrázek 1: Long CALL



Obrázek 2: Long PUT

Hodnotu opce na obrázku lze popsat následujícími rovnicemi:

$$\text{Hodnota (Long CALL)} = \max(\text{spotová cena} - \text{strike}, 0) - \text{prémie}$$

$$\text{Hodnota (Long PUT)} = \max(\text{strike} - \text{spotová cena}, 0) - \text{prémie}$$

Všechny exotické opce vycházejí z vanilla opcí a jsou rozšířené o různé specifické vlastnosti.

Opce jsou určeny několika parametry, které si exotické opce upravují:

- Cenou podkladového aktiva
- Dobou života opce
- Možností dob uplatnění opce
- Počtu podkladových aktiv, na kterých opce závisí
- Strike price
- Místem
- Způsobem určení hodnoty strike price
- Objemem podkladového aktiva
- Kvalitou podkladového aktiva
- Výplatou (konstantní/závislá na hodnotě)
- Podmínkami platnosti aukce (žádné, ceny podkladového aktiva, hodnota něčeho úplně jiného)

Cena opce je ovlivněna hodnotami těchto parametrů.

Exotické opce se na burzách vyskytují společně s vanilla opcemi a futures kontrakty. Kontrakty na exotické opce se také tvoří mezi obchodujícími stranami na over-the-counter (OTC) trhu. Výhoda OTC kontraktů je, že si obě obchodující strany nastaví opci podle vlastních představ a nejsou omezeny výběrem mezi standardizovanými produkty, vyskytujícími se na burzách. Některé exotické opce jsou tak specifické, že je jich malé množství a objevují se jen na OTC, což ztěžuje jejich ocenění, protože informace o OTC kontraktech nemusí být k dispozici. Dalším problémem je jejich větší složitost oproti vanilla opcím.

Existuje mnoho druhů exotických opcí, v této práci jsou podrobněji uvedeny ty, které se používají nejvíce ve spojení s energetikou.

Pro získání seznamu druhů opcí lze využít funkci `FinancialDerivative` z Wolfram Mathematica, která počítá hodnoty opčních kontraktů. Vlastní seznam kontraktů, které Mathematica dokáže počítat, se získá použitím příkazu ve tvaru `FinancialDerivative[]`. Kontrakty jsou ve většině případů specifikovány listem, který obsahuje 3 položky. První je název dané opce. Druhý je způsob jejího uplatnění, buď během celé doby jejího života (americké), nebo jen v čase expirace (evropské). Poslední položkou je odlišení, jestli jde o call nebo put. U některých opcí nemusí dávat některé položky smysl nebo jsou nadbytečné a pak se neuvádí (například pro vanilla opce je i alternativní položka bez označení „vanilla“). K prohlédnutí seznamu není nutné mít licenci k Mathematice, všechny potřebné informace jsou dostupné v oficiální dokumentaci. [1]

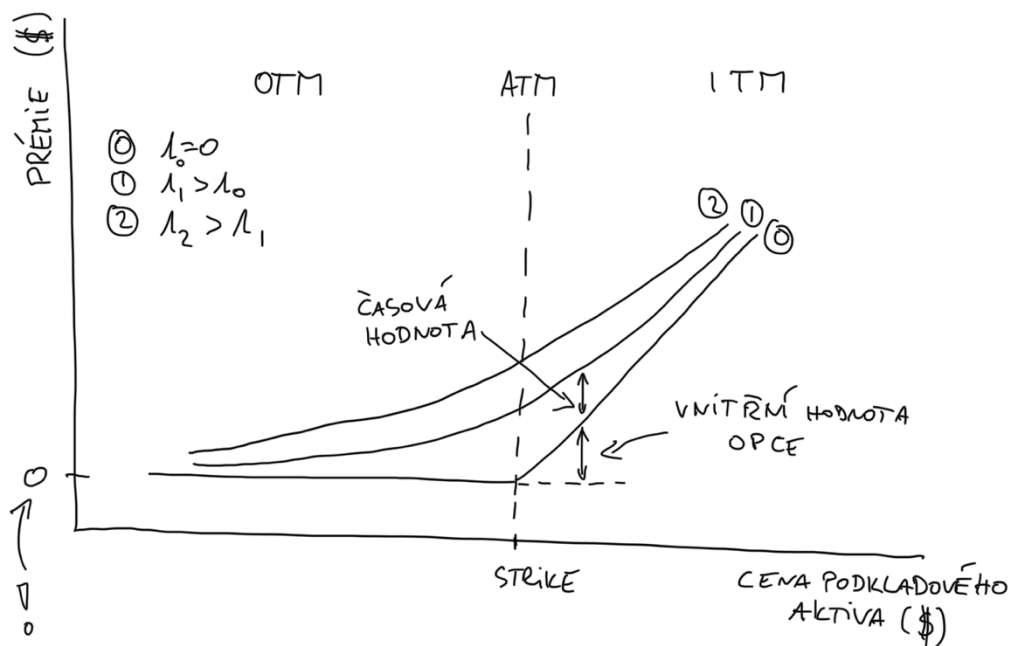
Názvy různých typů exotických opcí [1], [2]:

- Asijské / Average
- Basket
- Bariérové
 - Double-barrier
- Binární / Payout / Digital
 - One-touch
 - No-touch
- Bermudské
- Chooser
- Compound
- Extendible
- Lookback
- Opce na future
- Perpetual vanilla
- Perpetual lookback
 - Russian
- Power
- Rainbow
- Mountain Range
 - Altiplano
 - Annapurna
 - Atlas
 - Everest
 - Himalaya
- Range
- Shout
- Spread
- Swing / Take or Pay
- Quantity Adjusting / Quanto (pro stanovení kurzu)
- Quanto (energetika)

1.2 Parametry ovlivňující cenu opce

Cenu opce ovlivňují 2 faktory. První je vnitřní hodnota (intrinsic value), která je rozdílem mezi současnou cenou podkladového aktiva a realizační cenou (strike). Nemůže nabývat záporných hodnot, pokud je rozdíl záporný, použije se hodnota 0. Druhý parametr je časová hodnota (time value), která je rozdílem mezi cenou opce a vnitřní hodnotou. S uplývajícím časem se snižuje, až v čase expirace opce nabývá nulové hodnoty, protože strike a cena podkladového jsou známé. Vnitřní a časová hodnota je dále vyobrazena na obrázku 3. Na obrázku je také naznačena snižující se časová hodnota, když se blíží čas expirace opce (okamžik expirace je označen t_0). Během života

opce je nejvyšší časová hodnota vždy, když je opce na penězích (ATM), protože je velká šance, že se opce dostane do peněz (ITM). Směrem do peněz nebo mimo peníze se časová hodnota snižuje. Když je opce hodně OTM, je malá šance, že se dostane do peněz a bude tedy při expiraci bezcenná. Na druhou stranu, když je opce hluboko v penězích, vnitřní hodnota je velká a stejně tak i cena samotné opce. Je potřeba více financí na její pořízení a také se snižuje pravděpodobnost, že se opce bude posouvat hlouběji ITM. Na časovou hodnotu má vliv volatilita, která představuje míru změny cen podkladového aktiva a trochu také úrokové sazby. [3]



Obrázek 3: Cena CALL opce

Časová hodnota je v porovnání s vnitřní hodnotou složitá na ocenění. Pro výpočty cen opcí se používají různé typy matematických modelů. Pro oceňování evropských opcí se používá Black-Scholesův vzorec. Pro americké nebo bermudské opce, u kterých je potřeba projít všechny časové úseky během jejich života, kdy je možné opci uplatnit, jsou vhodné binomické či trinomické modely. Univerzálnějšími nástroji pro oceňování opcí jsou simulační modely (Monte Carlo simulace). Pro exotické opce jsou z hlediska jejich větší komplexnosti vhodné simulační metody nebo specializované vzorce.

1.3 Burzy s energetickými komoditami ve světě

Energetické komodity se obchodují na burzách s futures na komodity (commodity futures exchanges). Významnou burzou je pro energetické komodity New York Mercantile Exchange (NYMEX). [3] Další příklady burz jsou Intercontinental Exchange (ICE), Nasdaq Commodities

nebo European Energy Exchange (EEX). [4] Uvedené burzy nabízejí pro energetické komodity futures nebo opční produkty, které jsou vanilla nebo exotické. Obchodované opce mají jako podkladové aktivum futures kontrakt na danou komoditu. V následující citaci je odkaz se seznamem produktů podle jejich aktuálního počtu na NYMEX. [5]

Seznam obchodovaných energetických komodit a jednotka, za jakou je uvedena jejich cena:

- Biopaliva [galon]
- Uhlí [tuna]
- Ropa [barel]
- Elektřina [MWh]
- Zemní plyn [MMBtu]
- Zušlechtěné produkty (benzín, letecké palivo, diesel) [galon]
- Emisní povolenky [povolenka, povoluje vypuštění jedné tuny CO₂ do ovzduší]

1.4 Využití exotických opcí pro sektor energií

Využívání finančních derivátů v energetice má smysl jak pro výrobce, tak i pro spotřebitele. Některé subjekty jsou zároveň výrobci i spotřebitelé, například tepelné elektrárny, které potřebují uhlí a prodávají elektřinu, nebo podniky, které vyrábí benzín z ropy. Příklady pouze výrobců mohou být větrné nebo solární elektrárny. Pouze spotřebitelé mohou být podniky, které používají zdroje energie pro svou funkci. Existuje tedy mnoho případů, kdy je vhodné deriváty použít a v některých případech je zajímavou volbou využití exotických opcí.

Seznam možných využití pro exotické opce:

- Zajištění prodeje komodity za zaručenou cenu.
- Zajištění proti vysoké ceně nakupované komodity.
- Zajištění rozdílu v cenách vstupní a výstupní komodity/produktu podniku.
- Zajištění proti přerušení dodávky komodity.
- Zajištění proti nestandardním teplotám v určené oblasti v průběhu roku.
- Zajištění proti nízkým srážkám na určeném místě.
- Profitování ze spekulování.

Některé opce existují jako standardizované produkty na burzách s finančními deriváty, ale například opce na meteorologické jevy jsou tak specifické, že je možné je vytvářet pouze na OTC. [6]

2 Exotické opce v energetice

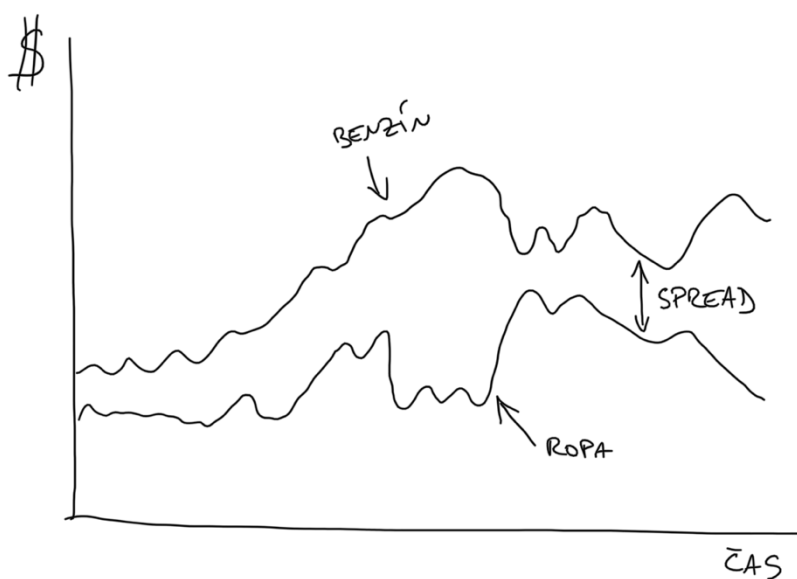
V energetickém sektoru se na burzách vyskytuje několik druhů exotických opcí. Často se objevují exotické opce typů spread (odlišné od stejnojmenných opčních strategií) a asijské. Dále jsou v kapitole popsány swing a quanto opce, které se vyskytují na OTC, a swaptions.

2.1 Spread opce

Výraz spread opce má odlišný význam oproti opční spread strategii, vytvořené z kombinace short CALL a long CALL nebo short PUT a long PUT. [7] Všechny spread opce fungují totožně, vždy jde o rozdíl v cenách dvou komodit. Existuje několik typů spreadů, které jsou v tabulce 1. Na NYMEX jsou ze spreadů časté calendar a quality spread opce.

Funkce spread opce je ukázána na crack spreadu. Crack spready jsou důležité pro podniky, které vyrábí produkty z ropy. Cena ropy a jejích produktů se nevyvíjí stejně a rozdíl cen se mění. Pokud se rozdíl sníží (zvýšením ceny ropy, snížením ceny produktů), už nemusí pokrýt náklady (mimo ropu) spojené s zušlechťovacím procesem. Spread opcí je možné si zajistit (zafixovat) minimální požadovaný rozdíl, při kterém je výroba ještě zisková. Pokud by došlo ke zvýšení rozdílu, opce se nechá propadnout a využije se příznivé situace na trhu.

Crack spread opci lze nahradit kombinací opce na ropu a opce na produkty z ropy (benzín, topný olej) nebo přesněji na jejich futures. [3]



Obrázek 4: Spread mezi ropou a benzínem

Crack spready mohou být počítány z rozdílu ceny ropy a jen jednoho jejího produktu. Také existují komplexnější crack spready, které se počítají z ceny ropy a více jejích produktů najednou. Při počítání se využívá poměrů množství vyrobených produktů. Například 3-2-1 crack znamená spread, který se vypočítá podle vzorce:

$$(2x \text{ cena benzínu} + 1x \text{ cena dieselu}) - 3x \text{ cena ropy},$$

jak je napsáno v [8]. Místo dieselu může být topný olej, jak je uvedeno na straně 72 v [3].

NÁZEV	POPIS
INTERCOMMODITY SPREAD	Rozdíly v cenách mezi mezi sebou souvisejícími komoditami.
LOCATION SPREAD	Rozdíl mezi cenami stejné komodity na dvou různých místech.
QUALITY SPREAD	Rozdíl v cenách stejné komodity, ale s různou kvalitou.
CALENDAR SPREAD	Opce na rozdíl mezi stejnými komoditami na 2 různá data. Stejně jméno může mít i opční strategie.

Tabulka 1: Typy spread opcí

Intercommodity spready souvisejí se zpracováním energetických zdrojů a lze je dále roztrždit do 3 podskupin. Na spready mezi 2 různými vstupy procesu, 2 různými výstupy procesu nebo mezi vstupem a výstupem. Spready, které patří do této poslední podskupiny, mají vlastní zavedené názvy, které lze vidět v tabulce 2.

NÁZEV	POPIS
SPARK SPREAD	Rozdíl mezi cenou elektřiny a cenou na její vyrobení za pomoci zemního plynu.
CRACK SPREAD	Rozdíl mezi cenou ropy a produktů z ní získaných.
DARK SPREAD	Rozdíl mezi cenou elektřiny a cenou na její vyrobení za pomoci uhlí.
CLEAN SPARK SPREAD / SPARK GREEN SPREAD	Jako spark spread, ale uvažuje se navíc i cena emisních povolenek.
CLEAN DARK SPREAD / DARK GREEN SPREAD	Jako dark spread, ale uvažuje se navíc i cena emisních povolenek.

QUARK SPREAD	Rozdíl mezi cenou elektřiny a cenou na její vyrobení za pomoci jaderného paliva.
BARK SPREAD	Rozdíl mezi cenou elektřiny a cenou na její vyrobení za pomoci biomasy.

Tabulka 2: Intercommodity spready

2.2 Quanto opce

Quanto je zkrácení delšího názvu „quantity adjusting“. Název této opce má 2 různé významy. V jednom případě se opce používá pro zabezpečení proti změnám v kurzu mezi měnami, když je podkladové aktivum v odlišné měně. V druhém případě, který je dále více rozepsán, opce závisí na počasí.

Quanto opce jsou na rozdíl od vanilla opcí závislé na dvou podkladových aktivech, energetické komoditě a teplotě. Dalším významným parametrem je objem energetické komodity. Nestandardní počasí a jeho míra se odhaluje pomocí HDD (heating degree days) nebo pomocí CDD (cooling degree days) za daný časový interval. Další rozdíl oproti vanilla opcím je, že není důležitá spotová cena pouze při jejich expiraci, ale počítá se průměr za celý časový interval (jako u asijských opcí). [9]

Pro následující popsání funkce quanto opce se vychází z ukázkového kontraktu v [9]. Quanto opce nejsou standardizované a kontrakty jsou vytvářeny na OTC, takže struktura se může kontrakt od kontraktu lišit, ale myšlenka funkce je pro všechny stejná. Opce má pro obě podkladové položky horní a spodní strike hodnoty, které chrání před moc chladným (horní) nebo moc teplým (spodní) počasím a cenami komodity. Objem komodity se může specifikovat odlišný na každý měsíc, kdy opce existuje, stejně tak jako strike hodnoty pro teplotu i komoditu. Zhodnocení opce probíhá pro každý měsíc zvlášť. Hodnota opce v době expirace (nebo zhodnocení nějakého časového úseku) se pak vypočítá jako (pro zemní plyn, u kterého je v zimě větší poptávka, když je velká zima, a nižší poptávka, když je mírná zima) [9]:

Hodnota při velké zimě

$$= \max(\text{hodnota HDD za časový úsek} - \text{horní strike HDD}, 0)$$

$$* \max(\text{průměrná hodnota ceny komodity} - \text{horní strike ceny komodity}, 0) * \text{objem}$$

Hodnota při mírné zimě

$$= \max(\text{dolní strike HDD} - \text{hodnota HDD za časový úsek}, 0)$$

$$* \max(\text{dolní strike ceny komodity} - \text{průměrná hodnota ceny komodity}, 0) * \text{objem}$$

Použití quanto opcí je zajímavé pro podniky, které prodávají komodity, jejichž poptávka je závislá na počasí. Extrémní hodnoty počasí mohou způsobit nižší poptávku po zboží a zároveň snížení ceny komodity z důvodu právě nižší poptávky. Firma pak prodá menší objem za méně peněz a její hospodářský výsledek může být negativní. Nebo naopak může dojít k vyšší poptávce a vzrůstu cen komodity, kterou podnik vlastními zdroji není schopen zajistit a musí je nakoupit za současnou vysokou cenu. Dochází tedy k násobení 2 faktorů, změna poptávky a změna cen, které quanto opce svými podkladovými aktivy stínují a eliminují způsobené ztráty.

2.3 Swing opce

Tento typ opcí poskytuje možnost měnit objem dodávaného podkladového aktiva za nějaký časový úsek po nějakou dobu, která bývá násobkem časového úseku. Časový úsek může být například den a celková doba měsíc. Volba je tedy oproti tradičním opcím jiná v tom, že je možné měnit dodávaný objem komodity. [10] Objem lze měnit v určeném rozsahu a maximální počet povolených změn (swings) je také jedním z parametrů opce. Dalšími proměnnými opce může být maximální roční nebo celkové čerpání zdroje. Strike podkladového aktiva může být zafixován nebo se měnit v závislosti na ceně na trhu. Nedodržování daných limitů je penalizováno tak, že musí být doplacen ušlý zisk z prodeje. [11]

Vysoká variabilita nastavení parametrů znamená, že neexistují jako standardizované produkty na burzách, ale tvoří se jako produkty na míru na OTC.

Swing opce se používají pro nákup komodit, které je potřeba odebírat kontinuálně. Jedná se tedy o elektřinu, ropu, uhlí nebo plyn. Jsou vhodné pro použití jak pro dodavatele, tak pro odběratele komodity. Dodavatel se díky opci zajistí v případě událostí vedoucí k omezení dostupného množství tím, že může snížit dodávanou dávku odběrateli. Opce má pro odběratele zase význam v tom, že má danou denní dodávku a podle aktuální situace může odběr snížit nebo zvýšit v dovořeném rozmezí se zachováním stejné ceny.

2.4 Asijské opce

Asijské opce se od klasických liší tím, že se pro výpočet jejich hodnoty používají průměrné hodnoty. Hodnota CALL opce v době expirace se vypočítá jako rozdíl spotové ceny a realizační ceny (strike), vypočítané průměrem cen podkladového aktiva za dobu životnosti opce, nebo jako rozdíl průměrné ceny podkladového aktiva za dobu životnosti opce a dané realizační ceny. [10]

Obě možnosti jsou vyobrazeny v následujících rovnicích, rovnice pro PUT se získají prohozením členů v rozdílu u obou rovnic :

$$\text{Hodnota} = \max(\text{spotová cena} - \text{strike price z průměru spotových cen}, 0)$$

$$\text{Hodnota} = \max(\text{průměrná cena spotových cen} - \text{strike price}, 0)$$

Strike tedy není v prvním případě známý předem, jak je tomu u vanilla opcí. Asijská opce je výhodná, protože se kupující i prodávající strana zajišťuje proti velkým a náhlým změnám v ceně energetických komodit, které se mohou nepředvídatelně měnit. Energetické komodity je také často nutné dodávat průběžně, náhlé a často se měnící výkyvy v cenách jsou pro odběratele nežádoucí.

Důležitým parametrem těchto opcí je vzorkovací perioda (často 1 den) spotových cen podkladového aktiva, ze kterých se průměrná cena vypočítá. Průměr může být geometrický nebo aritmetický.

Protože jsou opce díky průměrování cen v jednotlivých časových bodech mnohem méně volatilní než vanilla opce, jejich prodejce za ně vyžaduje menší prémii. [12] Asijské opce jsou tedy zpravidla levnější než klasické.

Asijské opce se objevují i jako standardizované produkty na burzách s futures komodit. Na NYMEX se poznají podle toho, že produkty mají ve svém názvu obsaženo, že jde o „Average Price Option“. Populárním produktem je WTI Average Price Option. Její kontrakty existují na každý měsíc až na 8 let dopředu. WTI je zkratka West Texas Intermediate a označuje typ ropy s určitou úrovní kvality.

2.5 Swaptions

Podkladovým aktivem energetické swaption je swap, opce tedy poskytuje možnost vstoupit do swap kontraktu, který začíná po vypršení opce (nemusí začínat hned). Swaption může být jako ostatní opce CALL a PUT. Podkladový swap je v případě CALL opce payer swap, vlastník platí fixní částku a dostává proměnnou. Pokud je swaption PUT, podkladové aktivum je receiver swap, při kterém vlastník platí proměnnou částku a dostává fixní. [13] Častou komoditou energetického swap kontraktu je elektřina, [14] protože kvůli malé skladovatelnosti je nutné ji dodávat kontinuálně.

Strike price opce představuje fixní platbu swapu. Swap kontrakt má určené časové období trvání s termíny, ve kterých dochází k vypořádání mezi fixní a proměnnou platbou. Termín může být například každý den nebo jen jednou za měsíc. Fixní částka je součin realizační ceny a množství dodané komodity. Proměnná částka je celková cena za komoditu v době dodání. Rozdíl mezi oběma hodnotami určuje zisk nebo ztrátu v daném termínu. Zisk z této opce je tedy známý až na konci období dodávky komodity (po skončení swap kontraktu). Swaption není v době expirace bezcenná, pokud má swap kontrakt s fixní cenou, která je rovna realizační ceně opce, kladnou hodnotu. Alternativně, strike price musí být v době expirace menší než fixní hodnota, která je určena jako stálá „fair price“ z forwardů/futures na všechny termíny (forwardy mají na různé termíny různé/proměnné ceny, „fair price“ je fixní cena, která je nahrazuje). [13]

3 Nástroje pro stanovení hodnoty opcí

Způsoby stanovení opcí, ať už klasických nebo exotických, lze rozdělit do dvou velkých kategorií, vzorce a numerické metody. Obě kategorie mají výrazné odlišnosti, které jsou rozepsány v následujícím textu kapitoly.

3.1 Vzorce

Kromě vzorců, které poskytují přesný výsledek po dosazení za jejich proměnné, existuje i subkategorie aproximačních vzorců, které poskytují pouze přibližný výpočet. Pro vzorce je charakteristická jejich specializovanost, daná typem opce a jejími parametry. Z toho vyplývá i jejich velké množství. Aby vzorce poskytovaly správné výsledky, musí se splnit všechny podmínky a omezení jejich použití. Pokud pro výpočet opce existuje vzorec, který poskytne přesný výsledek, je jeho použití preferováno oproti numerickým metodám, které dokáží vypočítat výsledek pouze se standardní chybou. Zdroj velkého množství vzorců je [15].

Nevýhoda vzorců může být v jejich složitosti nebo v nedostupnosti vstupních parametrů. Pro některé opce nemusí vzorce vůbec existovat. Důvodem je jejich velká specializovanost a složitost. Může se také jednat o nově vzniklé typy opcí, pro které ještě nebyl proveden dostatečný výzkum o jejich oceňování.

3.2 Numerické metody

Numerické metody lze rozdělit do 3 kategorií. Stromové modely, metody konečných diferencí a Monte Carlo simulace. Numerické metody jsou mnohem obecnější, lze je použít na celé skupiny opcí. Na druhou stranu jsou oproti vzorcům časově náročnější a jejich výsledky mají určitou nepřesnost způsobenou pravděpodobnostmi (v případě stromů a konečných diferencí) nebo náhodnými čísly (u simulací). Ve zbytku kapitoly bude zaměření pouze na Monte Carlo simulace z důvodu tématu diplomové práce. Numerické metody se používají, pokud pro ocenění opce neexistuje vzorec.

3.3 Monte Carlo simulace

Monte Carlo simulace je velmi obecná numerická metoda pro oceňování opcí. Její využití je zejména pro opce evropského typu (jak vanilla, tak exotické), ale existují i modifikace pro americký typ opcí. [15]

Postup metody Monte Carlo:

- Vytvoření modelu pro simulaci průběhů cen podkladového aktiva s pomocí generování náhodných čísel.
- Volba délky období a určení počtu kroků (nejčastěji každý den, kdy se obchoduje), pro které se budou simulovat ceny (jako konečný čas dává největší smysl použít čas expirace opce).
- Provedení zvoleného počtu simulací, výsledkem každé simulace je unikátní průběh ceny podkladového aktiva.
- Výpočet hodnoty opce v době expirace pro každou simulaci (záleží na typu sledované opce).
- Diskontování ceny opce každé simulace k současnosti.
- Výpočet aritmetického průměru diskontovaných cen.
- Výpočet standardní chyby (odmocnina podílu variance/rozptylu a počtu simulací) pro stanovení konfidenčních intervalů.

Stochastický model, který se používá ke generování cen podkladového aktiva, má dvě hlavní části. První je stabilní složka, která určuje dlouhodobý trend vývoje ceny podkladového aktiva. Druhá je náhodná složka, shock, která je ovlivněna náhodně vygenerovaným číslem a směrodatnou odchylkou, kterou lze získat z historického průběhu podkladového aktiva. Jedním z modelů, uváděným u metody Monte Carlo, je Geometric Brownian Motion. [15] Monte Carlo metoda je velice flexibilní. Stabilní i náhodnou složku modelu lze navrhnout podle daného problému tak, aby model co nejlépe vystihoval podkladové aktivum. Jak může vypadat složitější model je popsáno v následující podkapitole. Složitější modely mohou popisovat podkladové aktivum lépe, na druhou stranu se ale zvyšuje jejich složitost. Je tedy nutné najít rovnováhu mezi složitostí a dostačující přesností modelu, podobně jako v regresní analýze.

Přesnost Monte Carlo simulace je dána standardní chybou (odmocnina podílu rozptylu a počtu simulací). Je tedy zřejmé, že přesnost se zvyšuje s rostoucím počtem simulací. Rostoucí počet simulací ovšem zvyšuje čas trvání simulace. Existují tedy metody, které zefektivňují algoritmus Monte Carlo. Jednou z metod je Antithetic Variance Reduction, která při jedné simulaci vytvoří dva vzájemně se zrcadlící průběhy cen, jejich vzorce se liší pouze tím, že u jednoho výpočtu je náhodně vygenerované číslo vynásobeno -1 . Dalším ze způsobů pro zefektivnění metody Monte Carlo je použití quasi-náhodných čísel, princip je v odlišném způsobu generování náhodných čísel, která už ale nejsou, jak už plyne z jejich názvu, náhodná, ale zvyšují efektivitu procesu.

3.4 Modely spojitého času

V kapitole jsou uvedeny různé modely spojitého času, používané pro modelování průběhů cen komodit. Modelem může být jak samostatný stochastický proces, tak i kombinace stochastických procesů, záleží na dané komoditě a jaké vlastnosti její průběh má. Existuje mnoho druhů spojitých modelů, uvedeny budou tedy vždy jen vybrané rovnice, které novou komponentou model zesložitují. Pro Monte Carlo simulace je nutné modely použít v jejich diskrétní formě, protože úseky, pro které se cena simuluje, nejsou nekonečně krátké, ale například 1 den.

Mean reversion znamená dlouhodobé směřování ceny podkladového aktiva k jejímu průměru. Pokud se u průběhu ceny komodity projevuje mean reversion, jako model pro simulaci ceny se použije Ornstein-Uhlenbeck proces. [15]

Respektování skokových změn v průběhu cen podkladového aktiva je řešeno přidáním Poissonova procesu do modelu. [16]

Energetické trhy, především elektřina, vykazují sezónnost, která je dlouhodobá a krátkodobá. Dlouhodobá sezónnost odpovídá střídání ročních období, krátkodobá představuje rozdíly mezi pracovními dny a víkendem. [17] Tato sezónnost pak představuje v modelu pro simulaci ceny stálou složku.

Velmi často se na burzách neobchoduje přímo komodita, ale její futures nebo forward, které by už měly výše popsané jevy respektovat. [18]

V uvedených rovnicích se často vyskytuje Brownův pohyb (Wienerův proces), jeho označení je v dalším textu vždy W (v literatuře se používá i B nebo Z). Pro pohyb se uvažují následující vlastnosti [19]:

- $W_0 = 0$ (Počáteční hodnota je 0)
- Spojitý proces s pravděpodobností 1
- Nezávislé přírůstky $W_t - W_s$ s rozdělením $N(0, t-s)$ (Pro t a s platí $t > s \geq 0$, $t-s$ je interval mezi přírůstky)

Inicializační hodnota pohybu je 0. Wienerův proces je martingale proces a Markovův řetězec/proces. Markovův proces je proces, u kterého je následující stav dán pouze současným stavem, předchozí hodnoty jsou irelevantní. Martingale proces je proces, kdy hodnota v libovolném čase je zároveň očekávanou konečnou hodnotou. Všechny martingales splňují

Markovův proces, protože očekávaná hodnota závisí pouze na současné hodnotě. Kdyby byly známé některé předchozí hodnoty, výsledná očekávaná hodnota by jimi nebyla ovlivněna.

3.4.1 Geometric Brownian Motion

Jedním z modelů, používaným pro Monte Carlo simulaci, je Geometric Brownian Motion. Model obsahuje drift a stochastickou část, která představuje Wienerův proces (Brownův pohyb), který vybírá náhodné hodnoty ze standardního normálního rozdělení. Následující rovnice je stochastická diferenciální rovnice, která model znázorňuje.

$$dX = \mu X dt + \sigma X dW$$

V předchozí rovnici dX znamená změnu ceny, μ míru driftu, X cenu v současném okamžiku, dt časový úsek, σ volatilitu a dW Wienerův proces. Model je velice jednoduchý, předpokládá, že sledovaná komodita vykazuje pouze složky trendu (driftu) a náhodného pohybu. Pro Monte Carlo simulace je potřeba diskrétní forma vzorce, která má tvar:

$$\frac{\Delta X}{X} = \mu * \Delta t + \sigma * \sqrt{\Delta t} * \varepsilon$$

Druhá možnost je použití vzorce, který vypočítá hodnotu v čase t , pokud je v čase 0 hodnota X :

$$X + \Delta X = X * \exp \left[\left(\mu - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) \Delta t + \sigma * \varepsilon * \sqrt{\Delta t} \right]$$

Rozdíl v jejich použití je, že u první se počítá s procentuálními výnosy, ale u druhé se počítá s přirozeným logaritmem výnosů, které se získají po provedení $\ln(X_{t+1} / X_t)$.

3.4.2 Ornstein-Uhlenbeck process

Dalším používaným modelem je Ornstein-Uhlenbeck proces, který se využívá, pokud průběh ceny sledované komodity vykazuje mean reversion, tedy dlouhodobé směřování k průměrné ceně. Mean reversion může být důsledkem nabídky a poptávky. Například pokud cena elektřiny vzroste, dojde k její vyšší nabídce, protože vyšší cena dovolí ekonomicky efektivní provoz i výrobcům s vyššími náklady. Vyšší nabídka způsobí přebytek elektřiny, kvůli kterému začne cena klesat. Cena tedy kolísá kolem své průměrné hodnoty.

Vzorec pro model s mean reversion je následující, kde κ indikuje rychlost návratu k průměrné hodnotě a θ rovnovážnou cenu:

$$dX = \kappa (\theta - X) dt + \sigma dW$$

Aby docházelo ke směřování k průměru, musí být $\kappa > 0$. V případě záporné κ by naopak cena divergovala od rovnovážné hodnoty. Když je současná cena vyšší než θ , je rozdíl v závorce záporný a vytváří hendikep, který změnu ceny tlačí dolů. Naopak když je rozdíl kladný, dochází k podpoře růstu ceny.

V modelech aktiv, u kterých se vyskytuje sezónnost, se používá $\theta = 0$, protože právě sezónnost určuje výchozí hodnotu v daném čase a dX kolem této hodnoty kolísá. Výsledný vzorec pro cenu v daném okamžiku je pak [20]:

$$\ln(S) = f(t) + X,$$

kde $f(t)$ je hodnota sezónnosti v čase t a X je hodnota stochastické části modelu.

Pro simulační výpočty se používá diskretní forma v následujícím tvaru, ε je náhodné číslo ze standardního normálního rozdělení:

$$\Delta X = \kappa * (\theta - X) * \Delta t + \sigma * \sqrt{\Delta t} * \varepsilon$$

3.4.3 Ornstein-Uhlenbeck process + jump diffusion

Model je zajímavý především pro zahrnutí respektování skoků. Sezónnost v obou dále zmíněných odkazech zahrnuje jak dlouhodobou (roční), tak i krátkodobou (týdenní) složku.

Model reprezentující skoky je uveden například v [21]. Další model stejného typu byl vytvořen v práci [17], kde dochází k rozdělení skoků na záporné a kladné, náhodné hodnoty pro velikost skoků se zde generují z exponenciálního rozdělení. Vzorec zahrnuje funkci sezónnosti ($f(t)$), Ornstein-Uhlenbeck proces (dX_t) a navíc oproti předchozímu modelu i část reprezentující skoky (dY_t) [21]:

$$dX_t = -\kappa X_t dt + \sigma dW_t$$

$$dY_t = -\beta Y_{t-1} dt + J_t dN_t$$

$$\ln(S_t) = f(t) + X_t + Y_t$$

N_t představuje Poissonův proces a J_t velikost jeho skoků. Konstanta β stejně jako κ vyjadřuje intenzitu mean reversion. Její hodnota bude v případě skoků mnohem vyšší než u Ornstein-Uhlenbeck procesu (skoky jsou charakteristické tím, že se po jejich vzniku cena rychle vrátí na původní hodnotu).

3.5 Modely časových řad

Další možností pro oceňování opcí jsou diskrétní modely časových řad (time series). Tyto modely jsou založené na dekompozici časové řady na jednotlivé složky. Rozklad časové řady je důležitý i pro modely z předchozí kapitoly a je popsán ve své vlastní kapitole dále v textu. Na rozdíl od předchozích modelů, které generovaly další hodnotu v pořadí pouze podle současné hodnoty, mají modely časových řad předpoklad, že minulé hodnoty mohou mít význam pro budoucí hodnotu. Následující hodnota x_{t+1} tedy může být závislá na hodnotě x_t , x_{t-1} až po x_{t-k} , kde t představuje pozici v čase a k nejvzdálenější čas, kdy daná hodnota ještě ovlivňuje současnou hodnotu. Modely časových řad ale nemusí využít minulé hodnoty, mohou použít jen poslední známou (současnou). Pak je například autoregresivní model AR(1) analogií pro Ornstein-Uhlenbeck proces [22], zmíněný v předchozí kapitole.

Pro danou časovou řadu je snaha vybrat model s takovými parametry, aby zbytky, které nejsou vyjádřeny deterministickými částmi modelu, byly reprezentovány vzorky generovanými z normálního rozdělení. Pro vhodnost modelu se používají různé statistické testy.

V následujícím listu jsou uvedeny modely časových řad, seznam není úplný, pro některé modely mohou existovat specializované verze, které z uvedených vychází.

Modely časových řad:

- AR(p) = Autoregresivní
- MA(q) = Moving average
- ARMA(p,q) = Autoregresivní + moving average
- ARIMA(p,d,q) = ARMA + integrační složka
- SARIMA(p,d,q)(P,D,Q)m = ARIMA + sezónní složka
- ARCH(p) = Autoregresivní + podmíněná heteroskedasticita
- GARCH(p,q) = Generalizovaný ARCH

Písmena v závorkách jsou hyperparametry, které model charakterizují [23], [24]:

- p popisuje počet minulých hodnot, použitých v modelu pro výpočet následující. Například pro výpočet hodnoty x_{t+1} v AR(2) modelu se použijí hodnoty x_t a x_{t-1} .

- q popisuje počet minulých zbytků hodnot, tedy tu část hodnoty, která není vysvětlena deterministicky.
- d popisuje počet diferencování, které se provádí rozdílem $x_t - x_{t-1}$ pro všechny hodnoty.
- P, D a Q jsou analogie pro p, d a q s rozdílem, že jsou vztaženy pro sezónnost a ne pro jednotlivé hodnoty.
- m určuje periodu sezónnosti. Například pro roční sezónnost, když jsou dostupná denní data, se $m=365$ (počet dní v roce).

Místo AR, MA a ARMA modelu lze vždy použít ARIMA model, pouze se musí nastavit nežádoucí hyperparametry jako 0.

Hyperparametry jsou parametry, které se vybírají tak, aby co nejlépe zachytily dostupná data. Pro výběr modelu s vhodnými hyperparametry se používají různá kritéria, například AIC (Akaike information criterion), které odhaduje kvalitu modelu a které je snaha minimalizovat. [23] AIC hodnotu je možné získat po aplikování dostupných dat na model, například po vytvoření ARIMA modelu pomocí Python knihovny statsmodels. [25] Lze tedy iterovat všechny kombinace hyperparametrů, vytvořit pro každou kombinaci model a vybrat ten s nejmenší AIC hodnotou.

Modely ARCH a GARCH modelují rozptyl časové řady, první ze zmíněných používá pro modelování pouze AR, druhý AR i MA. Používají se pro odstranění heteroskedasticity (rozptyl není konstantní). Jejich využití je jako doplnění modelů (například ARIMA), kde lze nekonstantní rozptyl rozpoznat z druhé mocniny stochastické části modelu při vytvoření autokorelačního grafu. Pokud je odhalena heteroskedasticita, na zbytky se použije ARCH nebo GARCH model. [23]

3.6 Zpracování časových průběhů ceny

Model pro Monte Carlo simulaci lze vytvořit analýzou historie časového průběhu ceny sledované komodity, kdy dojde k dekompozici průběhu na jednotlivé složky. Dekompoziční modely jsou aditivní a multiplikatívni. Aditivní model je ukázán v následujícím vzorci. Průběh ceny komodity lze rozložit na jednotlivé složky jako trend, sezónnost, cykly, skokové jevy a šum. Pokud se některé ze složek v datech neprojevují, neuvažují se.

$$Y = \text{sezónnost} + \text{drift} + \text{šum} + \text{skoky}$$

Trend a sezónnost jsou deterministické jevy, jejich hodnoty lze aproximovat. Sezónnost lze dále rozdělit na dlouhodobou a krátkodobou. Dlouhodobá složka se vyjadřuje pomocí trigonometrické

funkce. Po odstranění dlouhodobé složky lze krátkodobou složku, v případě že se jedná o týdenní cykly, eliminovat odečtením hodnoty daného dne od jeho průměrné hodnoty (například odečíst hodnotu jednotlivých pondělí od průměrné hodnoty všech pondělí). [26] Na druhou stranu se u zbylých složek projevuje náhoda, nelze určit jaká bude jejich budoucí hodnota. Šum se standardně modeluje jako Brownův pohyb. Skoky se svým výskytem v čase chovají podle Poissonova procesu, který vyjadřuje pravděpodobnost počtu výskytu událostí v určeném časovém intervalu.

Z historických dat lze určit parametry pro definování rozdělení stochastických pohybů (procesů) přítomných složek. Získaná rozdělení se pak v modelu použijí pro simulaci daných procesů. Zároveň lze z dat ověřit, jestli se opravdu podle očekávaného rozdělení složky chovají nebo jestli je lepší volbou použít jiné rozdělení.

Skoky mohou zhoršit přesnost sezónnosti, existuje tedy mnoho technik, jak je odfiltrovat. Souhrn velkého množství metod je uveden v [26], například odstranění 1 % nejvyšších a nejnižších cen za sledované období nebo nastavení limitů, po jejichž překročení se ceny uvažují jako skoky. V [17] je jako další možnost uvedeno rozpoznání skoků podle parametrů, jako je rozdíl ve dvou po sobě následujících cenách a rychlost následného poklesu do standardních hodnot.

Model závisí na daném aktivu, některé uvedené složky tedy mohou mít v některých případech velmi malý význam a je možné je zanedbat. Například aktiva, která nejsou závislá na své okamžité spotřebě, budou vykazovat mnohem střidmější a méně časté skokové jevy. U elektřiny naopak dochází k vyššímu a extrémnějšímu výskytu skoků z důvodu její malé skladovatelnosti.

4 Simulační modely

V této části diplomové práce vytvářím simulační modely pro oceňování asijských a spread opcí. Podkladové aktivum jsem vybral futures kontrakt na ropu. Na NYMEX existuje široká nabídka opčních derivátů na energetické komodity, a právě asijské nebo spread opce na futures ropy patří mezi ty nejlídnější z nich.

Hlavní tématikou modelů je Geometric Brownian motion (GBM) a mean reverting model. Dále se snažím o úpravu modelů tak, aby co nejlépe vystihovaly chování cen podkladového aktiva. Parametry pro modely určuji z historického vývoje cen podkladového aktiva. Veškeré výpočty jsou vytvořeny s pomocí Jupyter Notebook, soubory jsou dostupné k nahlédnutí i ke stažení na <https://github.com/sedlakp/exotic-options-simulations>.

4.1 Datasetsy

Aby bylo možné sestavit model na základě historického vývoje cen, je nutné mít dostatečné množství dat. Denní data pro futures kontrakty na ropu na NYMEX jsou dostupná na Yahoo Finance. [27] Pojem denní data v tomto případě neznamená data pro každý den v roce, ale pouze každý den, kdy se obchodovalo na burze (pracovní dny). Za jeden rok tedy není 365 záznamů cen, ale v průměru pouze 252, tedy průměrný počet pracovních dnů v roce.

Kontrakty jsou zapsány ve tvaru „Crude Oil Měsíc Rok“, kde „Měsíc“ je například „Apr“ pro dubnový kontrakt a „Rok“ je například 21, představující rok 2021. Tyto časové indikátory zaznamenávají, kdy dojde k vypořádání futures kontraktu. U futures na ropu na NYMEX dochází k expiraci předcházející měsíc 3. pracovní den před 25. dnem v měsíci. Například kontrakt Apr 21 expiruje 22. března 2021.

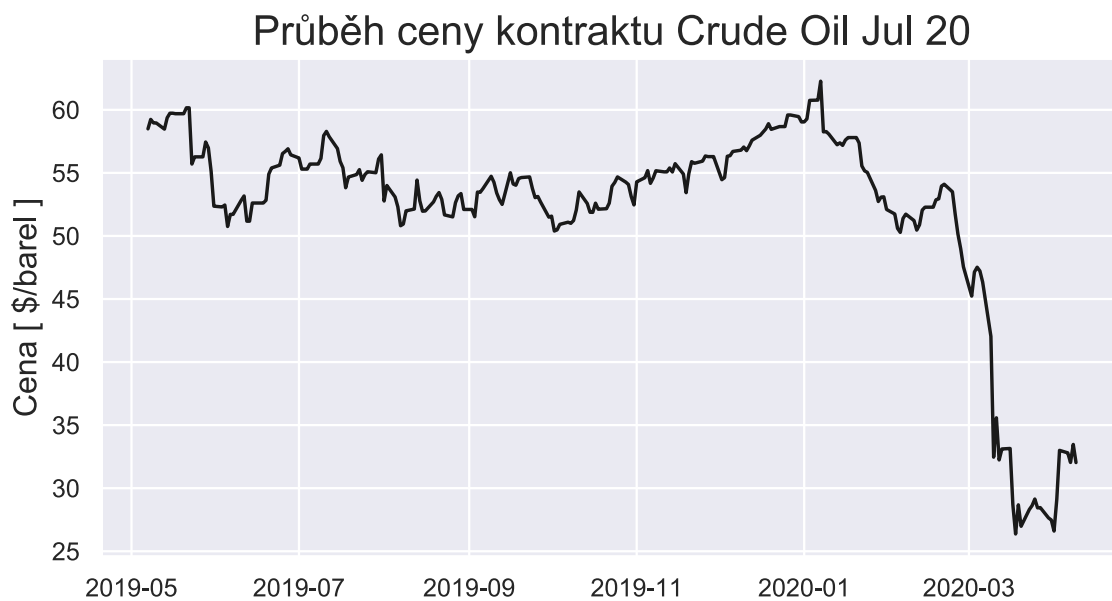
Může se stát, že pro nějaké dny nejsou v datasetu dostupné hodnoty cen. Yahoo Finance datasetsy mohou obsahovat mnoho prázdných řádků mezi nejstaršími záznamy. Také mohou být náhodné prázdné řádky z důvodu neobchodování daný den. První problém řeším tak, že používám vstupy až od data, kdy jsou ceny dostupné pravidelně každý pracovní den. Druhý problém řeším nahrazením prázdné hodnoty předchozí hodnotou („forward fill“).

Dataset, který budu používat, je pro denní ceny kontraktu Crude Oil Jul 20. Data jsou k dispozici od 6/5/2019 do 9/4/2020. Posledních 5 záznamů upravené časové řady je v následující tabulce, do které jsem přidal další sloupce. Prvním z nich je %CHANGE, který ukazuje změnu ceny oproti předchozímu záznamu (pro jednotky přímo v procentech je nutné vynásobit sloupec hodnotou

100). Další doplněný sloupec LOGRETURN vyjadřuje přirozený logaritmus výnosu oproti předchozímu záznamu. DELTA sloupec reprezentuje absolutní rozdíl mezi současným a předchozím záznamem. SHIFTED_CONTRACT přidává do řádku hodnotu kontraktu v předchozím záznamu.

DATE	CONTRACT	%CHANGE	LOGRETURN	DELTA	SHIFTED CONTRACT
2020-04-03	33,00	0,1332	0,1251	3,88	29,12
2020-04-06	32,80	-0,0061	-0,0061	-0,20	33,00
2020-04-07	32,04	-0,0232	-0,0234	-0,76	32,80
2020-04-08	33,47	0,0446	0,0437	1,43	32,04
2020-04-09	32,03	-0,0430	-0,0440	-1,44	33,47

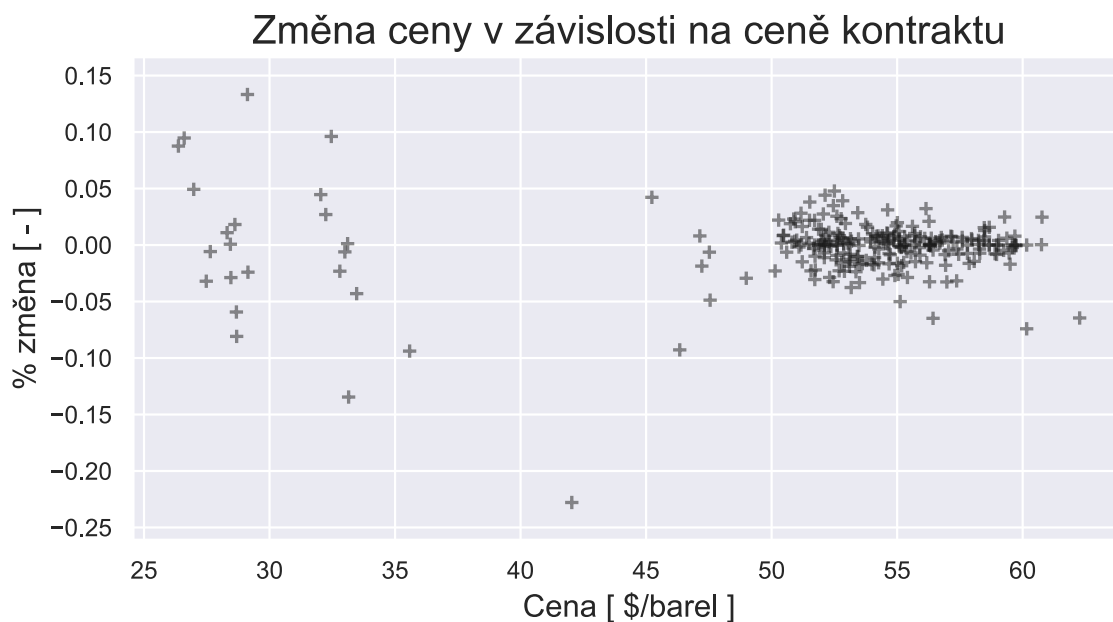
Tabulka 3 Ukázka datasetu



Obrázek 5 Průběh ceny kontraktu Crude Oil Jul 20

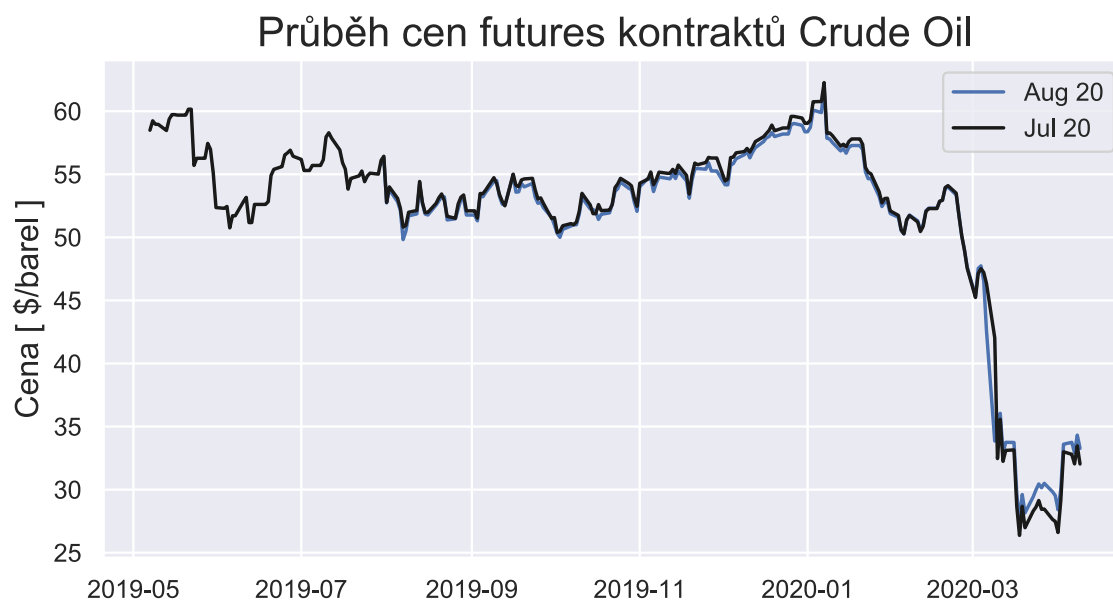
Na obrázku 5 není zřejmá sezónnost, navíc nejsou dostupná data pro více let, aby bylo možné zkoumat roční cykly cen. V simulačních výpočtech tedy nebudu sezónnost uvažovat.

V následujícím korelačním diagramu jde vidět, že při menší ceně kontraktu dochází k mnohem vyšší volatilitě. Pro upřesnění, cena na ose x by mohla být označena jako S_t a změna na ose y by mohla být označena jako $(S_{t+1} - S_t)/S_t$.

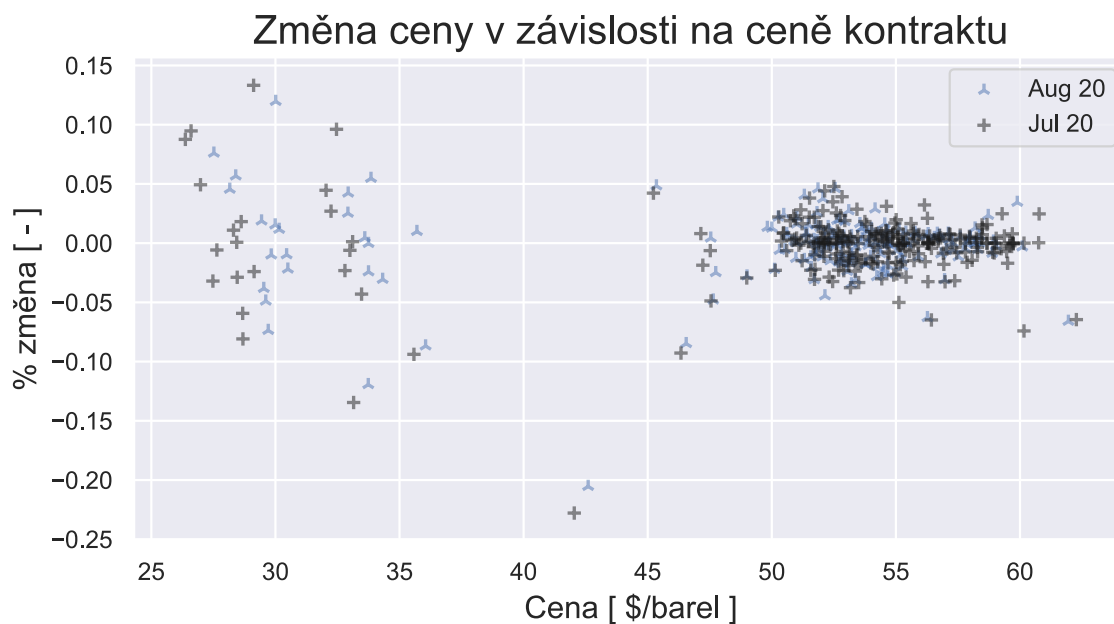


Obrázek 6 Změna ceny v závislosti na ceně kontraktu

Pro simulační výpočet jednoměsíční calendar spread opce je potřeba mít data i pro futures kontrakt, který expiruje měsíc po prvním. V případě dříve představeného kontraktu pro červenec 2020 je to kontrakt pro srpen 2020.



Obrázek 7 Porovnání průběhů cen dvou futures kontraktů



Obrázek 8 Porovnání změn cen v závislosti na ceně kontraktů

4.2 Asijská opce

Pro simulaci ceny asijské opce jsem vybral produkt s názvem WTI Average Price Option. V době psaní diplomové práce patří mezi nejlikvidnější exotické opce na energetickou komoditu na NYMEX. Popis opce je v [28].

Opce expiruje poslední den v měsíci. Hodnota opce (payoff) při expiraci se určuje podle realizační ceny, která je dána fixně, a podle průměru hodnot na konci pracovních dnů během celého měsíce, ve kterém opce expiruje. Opce se vztahuje na futures kontrakt, který expiruje nejdříve po expiraci opce. Například opce na květen 2020 (expiruje na konci května) bude brát průměrnou hodnotu futures kontraktu na červenec 2020 (expiruje v druhé polovině června, je to nejbližší nevyexpirovaný futures kontrakt ke květnové opci).

Cena futures kontraktu se udává v dolarech za barel, hodnota opčního kontraktu se musí vynásobit jeho jednotkou, která je v případě WTI Average price option 1 000 barelů.

4.3 Spread opce

Pro simulaci ceny spread opce jsem vybral produkt Light Sweet Crude Oil (WTI) Financial 1 Month Spread Option. Z názvu je zřejmé, že se jedná o spread mezi futures na ropu, které expirují 1 měsíc od sebe. Mohlo by se například jednat o spread mezi cenami kontraktů na duben a květen.

Stejně jako asijská opce z předchozí kapitoly patří v současnosti mezi nejlikvidnější exotické energetické opce. Popis opce je v [29].

Opce expiruje den před vypršením prvního z futures kontraktů. Její hodnota je určena podle strike price a rozdílu cen obou futures kontraktů. Jako ceny futures kontraktů se použijí ceny na konci dne v den expirace opce.

Jednotka kontraktu je 1 000 barelů. Strike hodnoty opce jsou malé, pouze desítky centů až jednotky dolarů pro PUT i CALL. Důvodem je, že podkladová aktiva opce jsou kontrakty, které se liší jen v době expirace, která je pouze jeden měsíc. Ceny jsou běžně velmi podobné, ale futures kontrakt, který expiruje později, má standardně nepatrně vyšší cenu z důvodu delší doby do expirace, projevuje se u něj tedy vyšší časová hodnota.

4.4 Geometric Brownian Motion (GBM) modely

V následujících podkapitolách vytvářím modely podle GBM. Vycházím z rovnice:

$$\frac{\Delta X}{X} = \mu * \Delta t + \sigma * \sqrt{\Delta t} * \varepsilon$$

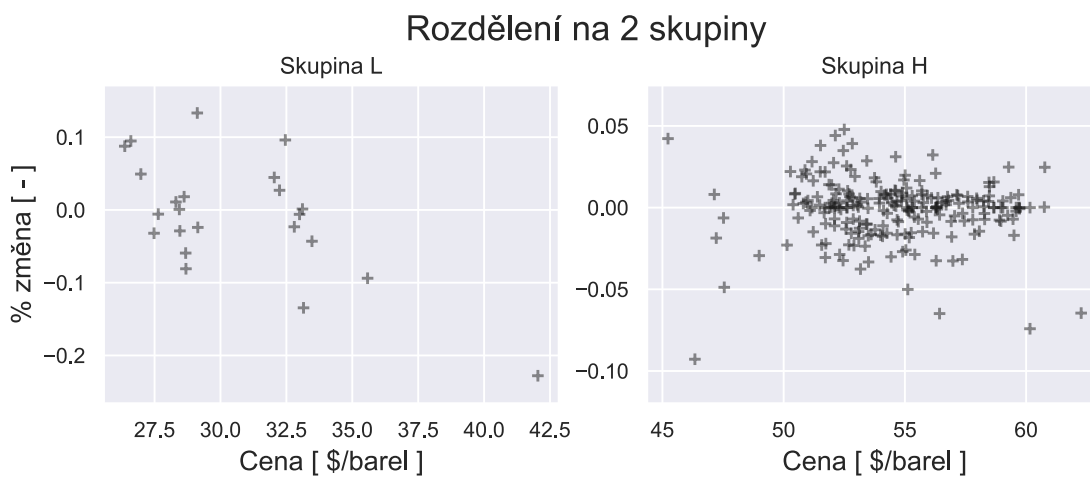
4.4.1 Výpočet pro asijskou opci

V této části vytvořím pro asijskou opci model, který je založen na stochastickém procesu, kterému se říká Geometric Brownian Motion. V literatuře se u modelu využívá generování náhodných hodnot z normálního rozdělení. Normální rozdělení ale, jak bude vidět v následujícím textu, nemusí popisovat průběh cen podkladových futures kontraktů nejlépe. Pro zlepšení funkce modelu se tedy snažím mimo jiné najít distribuční rozdělení, které je pro daný dataset vhodnější.

K této části chci ještě dodat, že u GBM se předpokládá Brownův pohyb (Wienerův proces), který generuje hodnoty z normálního rozdělení. V následujícím textu ale používám i jiná distribuční rozdělení, pokud se k datasetu hodí více. Podle mého názoru by následující postup neměl být nekorektní, protože neprovádí žádné operace, které by byly unikátní pro normální rozdělení. Model totiž obsahuje pouze drift (lokaci / odchylku od 0) a volatilitu (udává scale/měřítko rozdělení), které lze získat i z jiných rozdělení, i když pro ně pak měřítko rozdělení nemusí znamenat přímo volatilitu dat.

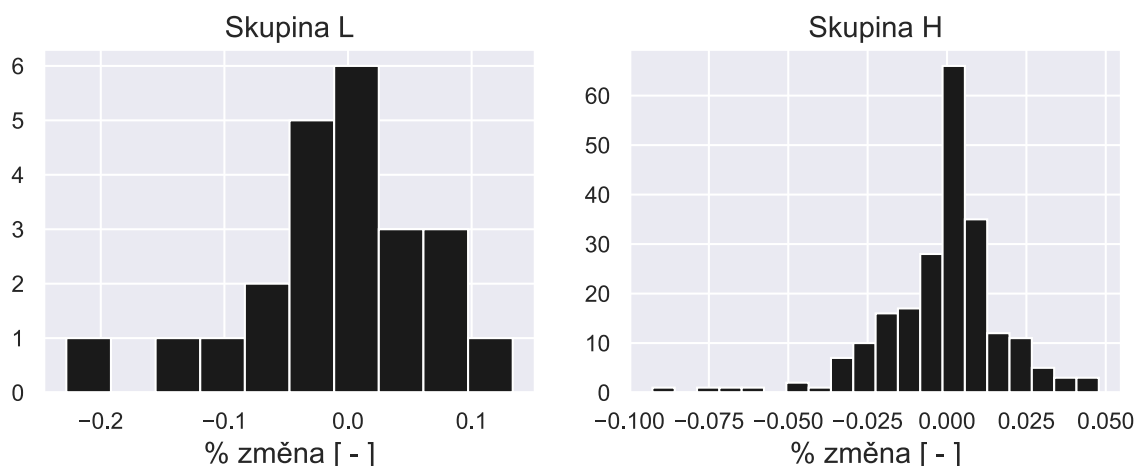
Oceňování asijské opce budu provádět pro kontrakt Crude Oil Jul 20. Jak je vidět na obrázku 6, změny v cenách lze rozdělit do dvou skupin. Změny při nízké ceně, které mají vysokou volatilitu a změny při vyšších cenách, které mají nízkou volatilitu.

Namísto výpočtu jednoho setu parametrů driftu a scale provedu výpočet pro 2 sety parametrů, kde každý set bude představovat parametry pro změny buď při nízké ceně futures kontraktu nebo při vyšší ceně futures kontraktu. Dvě skupiny vytvořím podle obrázku 6 tak, že v jedné skupině budou záznamy menší než \$45 a v druhé všechny ostatní. Hranici \$45 jsem zvolil podle velikosti změn ceny futures kontraktu. Nad \$45 se změny v dostupných vstupech pohybují v rozmezí -10 % a 5%, při nižší ceně je interval větší. V následujícím textu budu pro skupinu, kde má kontrakt nízkou cenu, používat označení skupina L a pro druhou skupinu označení skupina H.



Obrázek 9 Rozdělení datasetu na 2 skupiny

Pro obě skupiny dále vytvořím histogramy změn v jejich ceně. Z histogramů lze odhadnout, že pro obě skupiny bude vhodné symetrické rozdělení, u skupiny H je také vidět výrazná špičatost, která naznačuje, že vhodnějším rozdělením oproti normálnímu by mohlo být odlišné rozdělení.



Obrázek 10 Histogramy % změn obou skupin

Nejprve provedu Jarque-Bera test, který ověřuje normalitu dat. Jeho nulová hypotéza je, že testovaná data jsou normálně rozdělená. Pro výpočet používám Python knihovnu statsmodels, která mi jako výsledek testu vrátí mimo výsledné p hodnoty i špičatost a šikmost, kterými je možné ověřit pozorování z histogramů. Pro významnost p hodnoty budu používat mez 5 %, která se používá v analogickém testu v MATLABu.

	SKUPINA L	SKUPINA H
JB HODNOTA	2,493	182,283
P HODNOTA	0,287	0,000
ŠIKMOST	-0,664	-1,042
ŠPIČATOST	3,915	6,943

Tabulka 4 Jarque-Bera test

Provedený test nezamítá nulovou hypotézu u skupiny L (nižší úroveň cen futures kontraktu), ale zamítá ji u skupiny H. Vypočítaná šikmost je výraznější, než je vidět na histogramech a skupina H má vyšší špičatost. Normální rozdělení má špičatost 3, hodnota 6.9 tuto hodnotu převyšuje více než dvakrát.

Dále provedu fit skupin na vybraná distribuční rozdělení (díky kterému získám nejvhodnější parametry pro dané rozdělení pro vstupní data) a následně použiji Kolmogorov-Smirnov test, který porovnává data s daným rozdělením. Nulová hypotéza tohoto testu je předpoklad, že data pochází z daného rozdělení. Velmi nízká p-hodnota tedy znamená, že data z rozdělení nepochází. Vybraná distribuční rozdělení jsou Normální, Studentovo, Laplaceovo a Cauchyho. Fit na distribuční rozdělení provádím pomocí Python knihovny SciPy, která pro výpočet používá metodu maximální věrohodnosti (Maximum Likelihood Estimate).

SKUPINA L	NORMAL	T	CAUCHY	LAPLACE
LOC	-0,009	-0,004	-0,006	-0,006
SCALE	0,078	0,062	0,038	0,057
STUPEŇ VOLNOSTI	-	4,718	-	-
p (KS TEST)	0,888	0,999	0,997	0,999

Tabulka 5 Parametry pro různá rozdělení skupiny L

SKUPINA H	NORMAL	T	CAUCHY	LAPLACE
LOC	-0,001	0,000	0,001	0,000
SCALE	0,019	0,011	0,007	0,013
STUPEŇ VOLNOSTI	-	2,479	-	-
p (KS TEST)	0,002	0,125	0,166	0,049

Tabulka 6 Parametry pro různá rozdělení skupiny H

Hodnoty loc a scale upřesňují tvar rozdělení. Ve skupině L jsou podle Kolmogorov-Smirnov testu vhodná všechna rozdělení. Způsobeno je to menším počtem záznamů v této skupině. Pro skupinu L vyberu normální rozdělení, i když má nejmenší p-hodnotu ze všech rozdělení, protože normální rozdělení prošlo i Jarque-Bera testem. Pro skupinu H je výběr především mezi Studentovým a Cauchyho rozdělením. Pro simulaci použiji Studentovo rozdělení, protože Cauchyho rozdělení může generovat extrémně nereálné hodnoty. Možným řešením eliminace extrémních hodnot by bylo pomocí nahrazení extrémní hodnoty určenou limitní hodnotou nebo opakovaným generováním náhodné hodnoty, která by nebyla extrémní.

Se získanými hodnotami pro pozici (loc) a scale jsou určeny parametry pro GBM model. Celá simulace bude střídát parametry podle skupiny, do které by aktuální výchozí hodnota patřila. Dalším vstupem v modelu je Δt , která v mém modelu znamená rozestup mezi jednotlivými intervaly, které jsou 1 den ($\Delta t = 1$).

Kromě výše zmíněných parametrů modelu jsou pro simulaci potřeba ještě další vstupy. Kromě počáteční hodnoty, od které se bude provádět simulace, jsou nezbytné informace o opčním kontraktu, který chceme ocenit. V následující tabulce jsou všechny potřebné parametry pro provedení simulace podle mé implementace.

Opci, kterou simulačním výpočtem ocením, bude PUT opce se strike hodnotou \$50. Opce, která bude brát průměrné hodnoty pro futures kontrakt na červenec 2020 je opce s vypršením na konci května 2020.

**PARAMETRY PRO SIMULAČNÍ
VÝPOČET**

TYP OPCE	PUT
STRIKE	\$50,00
VÝCHOZÍ CENA	\$32,03 (9/4/2020)
POČET SIMULACÍ	10 000
POČET KROKŮ	36
POČET KROKŮ PRŮMĚROVACÍHO OBDOBÍ	21
UŽ ZNÁMÉ HODNOTY V PRŮMĚROVACÍM OBDOBÍ	Výchozí cena není v květnu, žádné průměrovací hodnoty neexistují.
PARAMETRY SKUPINY L	Vybrané rozdělení z tabulky 5
PARAMETRY SKUPINY H	Vybrané rozdělení z tabulky 6
MEZ PRO ZMĚNU SKUPINY PARAMETRŮ	\$45,00 (stejná jako mez při rozdělování datasetu na skupinu L a H)
TYP ASIJSKÉ OPCE	Fixní strike

Tabulka 7 Parametry pro simulační výpočet asijské opce

Výchozí cenu jsem určil jako poslední dostupnou cenu futures kontraktu z používaného datasetu. Počet kroků je počet pracovních dnů ode dne, který následuje po dni výchozí ceny, do dne expirace opce. Počet kroků průměrovacího období je počet pracovních dnů v měsíci, ve kterém konečné denní hodnoty určují průměrnou hodnotu.

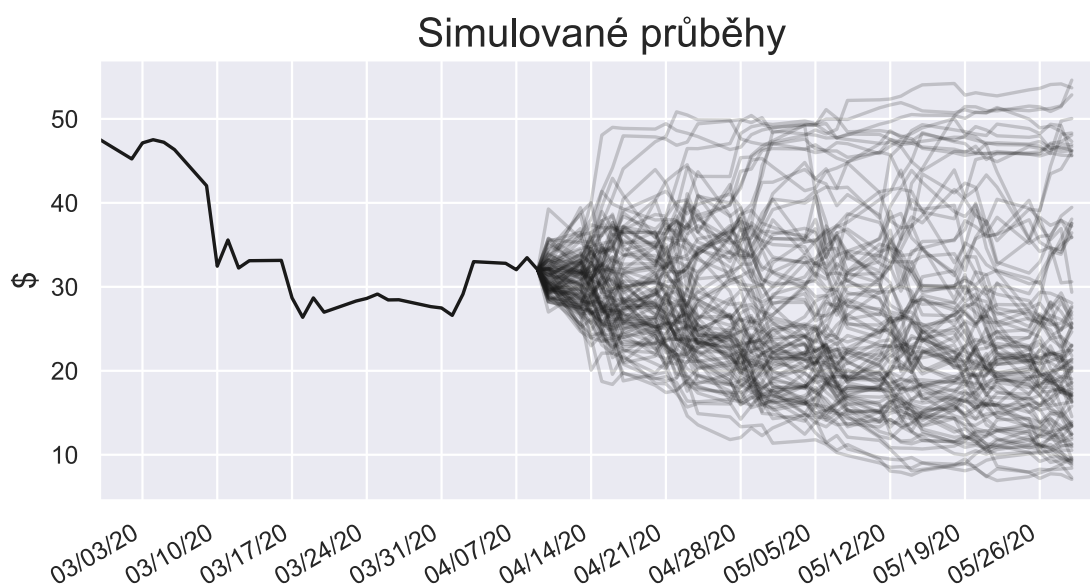
Výsledkem je součet všech výsledných hodnot provedených simulací. Tato hodnota je budoucí hodnota, která se musí převést do současné hodnoty a ještě vydělit celkovým počtem provedených simulací. Používám vzorec [15]:

$$PV = \frac{\exp(-r * T) * \text{součet všech výsledných hodnot simulací}}{\text{počet simulací}}$$

Pro výpočet je potřeba r (roční diskontní sazba) a T (doba do expirace v rocích). Hodnota T se získá podělením celkového počtu kroků a pracovních dnů v roce (uvažuji průměrnou hodnotu 252). Výsledek pro T je tedy $36/252$. Pro určení diskontní sazby jsem vybíral mezi výnosem státních obligací, pokladničními poukázkami a PRIBOREm. Nejlepší volbou je podle mě PRIBOR, z důvodu pravidelného aktualizování jeho hodnoty. Navíc poskytuje několik různých termínů (od jednoho dne po 1 rok), což je výhodné pro oceňování opcí. Státní obligace by byly vhodnější pro opce s velmi vzdálenou dobou expirace. Nevýhoda pokladničních poukázek je

v jejich méně časté emisi (oproti častější aktualizaci PRIBORu) a menším výběru splatných období. Zvolená opce expiruje od data výchozí ceny (9/4/2020) za více jak 1,5 měsíce. 2-měsíční PRIBOR sazba je k 9/4/2020 1,00 % (roční hodnota), pro parametr diskontní sazby (r) použiji ve tvaru 0,01.

Kód pro simulaci jsem napsal v Pythonu, je dostupný v příloze s popisem, jak funguje. Na obrázku 11 je vyobrazeno prvních 100 simulovaných průběhů. Dále je vidět, jak při překročení hranice \$45 dojde ke změně parametrů při generování hodnot, změny cen jsou následně výrazně méně volatilní.



Obrázek 11 Prvních 100 simulací cen futures kontraktu

Pro simulaci používám předem nastavený seed, který mi generuje pseudonáhodná čísla, abych dostal vždy stejnou hodnotu, když simulační výpočet zopakuji. Výsledek 10 000 simulací je v mém případě \$23,88. Tato hodnota se musí ještě vynásobit 1 000, aby byl korektní výsledek podle jednotky opčního kontraktu. Konečný výsledek je tedy po provedení simulace \$23 881,98. Pro porovnání s kontrolními výpočty ovšem bude stačit hodnota před vynásobením.

K výsledku simulačního výpočtu ještě určím interval spolehlivosti s konfidenční hladinou 95 %. Interval lze vyjádřit následujícími hranicemi:

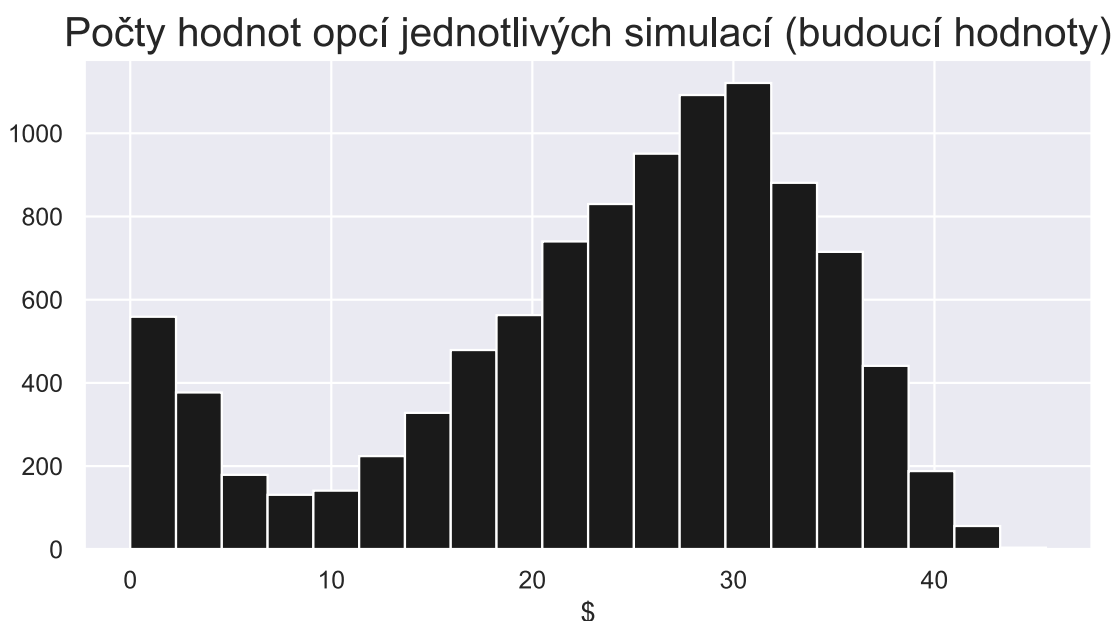
$$\left(\bar{x} - 2 * \frac{\sigma}{\sqrt{n}} ; \bar{x} + 2 * \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right)$$

V intervalu \bar{x} představuje průměr výsledných hodnot opcí jednotlivých simulací (vypočtená hodnota opce ze simulace), σ představuje směrodatnou odchylku výsledných hodnot opcí a n znamená počet provedených simulací. Výrazu $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ se říká standardní chyba.

SMĚRODATNÁ ODCHYLKA	\$10,34
STADARDNÍ CHYBA	\$0,10
INTERVAL SPOLEHLIVOSTI (95 %)	$(\$23,88 - \$0,20 ; \$23,88 + \$0,20) =$ $(\$23,68 ; \$24,08)$

Tabulka 8 Výpočet intervalu spolehlivosti

Hodnota ceny opce, vypočtená simulačním výpočtem, se se spolehlivostí 95 % nachází mezi hodnotami \$23,68 a \$24,08 včetně.



Obrázek 12 Konečné hodnoty opcí každé simulace

Pro kontrolní výpočty používám 2 zdroje. Prvním z nich je porovnání s hodnotou, udávanou na stránkách CME Group, pod kterou patří i NYMEX. Cena sledované opce je na stránkách pro datum 9/4/2020 ve výši \$20,15. Ceny by v případě nenulového denního objemu nebo nenulového open interest měly reflektovat ceny na burze. PUT a strike price jsem vybral záměrně tak, aby u opce byla alespoň jedna hodnota z předchozí věty nenulová. Vyšší výsledná hodnota ze simulace naznačuje, že můj model očekává menší zvýšení cen, než co naznačuje cena z burzy.

Druhý kontrolní výpočet je výpočet ceny opce pomocí naimplementovaných vzorců dostupných v CD v excel souborech, které jsou součástí knihy The Complete Guide to Option Pricing

Formulas. Z dostupných vzorců použiji Discrete Asian Approximation a Curran's approximation. Obě funkce nepracují s rozdělením na skupiny, požadují tedy pouze jeden parametr pro volatilitu, kterou vypočítám z celého datasetu. Použité hodnoty pro vstupní parametry funkce jsou v následující tabulce.

**PARAMETRY PRO KONTROLNÍ
VÝPOČET + VÝSLEDKY**

TYP OPCE	PUT
POČÁTEČNÍ CENA	\$32,03
DOSAVADNÍ PRŮMĚR	\$0,00
STRIKE	\$50,00
ČAS DO ZAČÁTKU PRŮMĚROVACÍHO OBDOBÍ	15/252 ~ 0,06 let
ČAS DO EXPIRACE OPCE	36/252 ~ 0,14 let
POČET KROKŮ V PRŮMĚROVACÍM OBDOBÍ	21
POČET PROBĚHLÝCH KROKŮ V PRŮMĚROVACÍM OBDOBÍ	0
DISKONTNÍ SAZBA	1,00 %
CENA DRŽENÍ	0 %
VOLATILITA	47,73 % (roční)
DISCRETE ASIAN APPROXIMATION	\$17,95
CURRAN'S APPROXIMATION	\$17,95

Tabulka 9 Kontrolní výpočty: parametry + výsledky

Výsledky obou kontrolních výpočtů jsou menší, než výsledek simulace i než cena na burze. V závěrečném porovnání lze říci, že simulace pro daná data opci přeceňuje o 18,51 % oproti ceně na burze, zatímco kontrolní aproximační výpočty opci podceňují o 10,92 %.

Rozdíly v cenách jsou také ovlivněny současným děním ve světě, které způsobilo náhlý propad cen všech značek ropy včetně WTI. Důvodem je ropná cenová válka spolu s epidemií koronaviru.

4.4.2 Výpočet pro calendar spread opci

V této kapitole budu používat data pro 2 futures kontrakty, které se od sebe liší pouze v době expirace o měsíc. Datasets byly představeny na začátku této části diplomové práce. Data pro oba futures kontrakty používám od 29/7/2019.

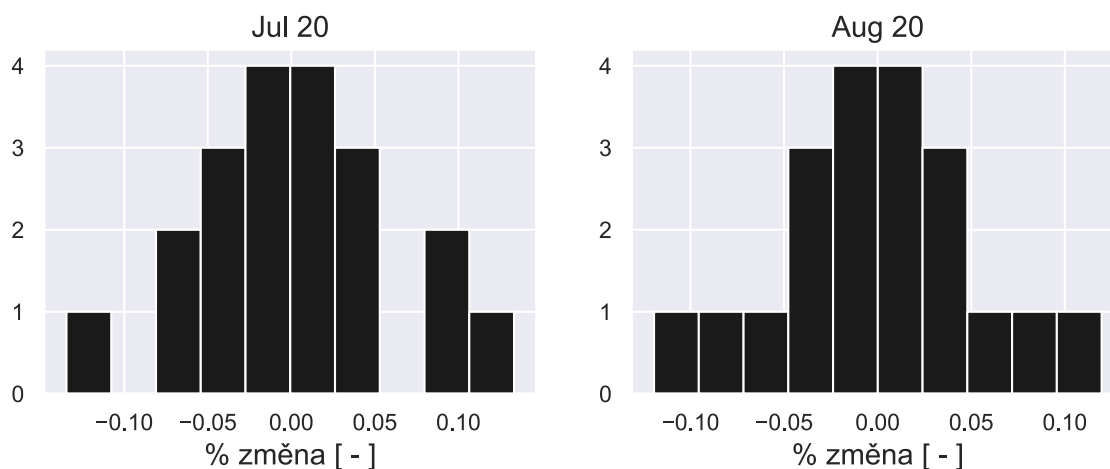
Postup pro analýzu dat a určení parametrů pro simulaci by mohl být analogický jako v předchozí kapitole, jediný rozdíl je v použití 2 průběhů cen místo jednoho a v odlišné rovnici pro výpočet ceny opce v době expirace. Zde ale použijí odlišný způsob určení parametrů pro simulaci. Při vytváření modelu pro asijskou opci jsem pracoval s rozdělením datasetu na 2 skupiny podle úrovně ceny futures kontraktu. Zde nebudu datasey rozdělovat na skupiny, ale omezovat, jak moc historické záznamy už nepoužívat pro určení parametrů. Výsledkem tedy bude použití pouze aktuálních záznamů (například 30 nejnovějších hodnot), které by měly věrohodněji reprezentovat současnost.

U calendar spread opce je důležitá korelace mezi oběma kontrakty, která by z jejich podstaty měla být velmi blízká 1. Propad cen v nedávné době ovšem způsobil krátkodobé narušení silné korelace futures kontraktů pro červenec 2020 a srpen 2020. Korelace pro různá období jsou v následující tabulce.

OBDOBÍ	KORELACE
30/7/2019 – 9/4/2020	0,695
30/7/2019 – 5/3/2020	0,958
13/3/2020 – 9/4/2020	0,988

Tabulka 10 Korelace v závislosti na období

Zahrnutím období se skokovou změnou ceny dojde k výraznému snížení korelace mezi futures kontrakty. K narušení korelace dojde jen v krátkém přechodovém intervalu, poté se korelace vrátí na hodnotu blízkou 1. Z tohoto důvodu použijí pro určení parametrů pouze hodnoty z období, které je v posledním řádku tabulky. Jedná se o 20 záznamů. Číslo je malé, na druhou stranu ale data z období blízké historie lépe vyjadřují současný pohyb cen.



Obrázek 13 Histogramy pro vybranou historii změn cen futures kontraktů

Změny cen mají podle histogramu normální rozdělení, to je potvrzeno i Jarque-Bera testem (test normality dat).

	JUL 20	AUG 20
JB HODNOTA	0,066	0,134
p HODNOTA	0,967	0,935
ŠIKMOST	0,104	-0,040
ŠPIČATOST	3,190	3,393

Tabulka 11 Jarque-Bera test pro změny cen dvou futures kontraktů

Pro provedení simulace jsou potřeba parametry pro normální rozdělení, ze kterého se budou při simulačním výpočtu generovat náhodné hodnoty. Pro parametry zde použijí směrodatnou odchylku a průměr z posledních 20 hodnot obou datasetů.

	PRŮMĚR	SMĚRODATNÁ ODCHYLKA
ČERVENCOVÝ FUTURES KONTRAKT	0,001	0,062
STRPNOVÝ FUTURES KONTRAKT	0,002	0,053

Tabulka 12 Průměr a směrodatná odchylka dat

Pro simulační výpočet calendar spread opce jsou v mojí implementaci nutné parametry v tabulce 13. Parametry se oproti simulačnímu výpočtu asijské opce v předchozí kapitole liší tím, že u současného výpočtu pracuji pouze s normálním rozdělením změn cen futures kontraktů, nelze použít jiné rozdělení. Další rozdíl je samozřejmě v použití dat ze dvou různých futures kontraktů oproti jednomu, použitému při oceňování asijské opce.

PARAMETRY PRO SIMULAČNÍ VÝPOČET

TYP OPCE	PUT
STRIKE	-\$3,00
VÝCHOZÍ CENA 1. FUTURES KONTRAKTU	\$32,03 (9/4/2020)
VÝCHOZÍ CENA 2. FUTURES KONTRAKTU	\$33,27 (9/4/2020)
POČET SIMULACÍ	10 000

POČET KROKŮ	51
DRIFT A SHOCK PARAMETRY	Z tabulky 12
KORELACE FUTURES KONTRAKTŮ	0,988

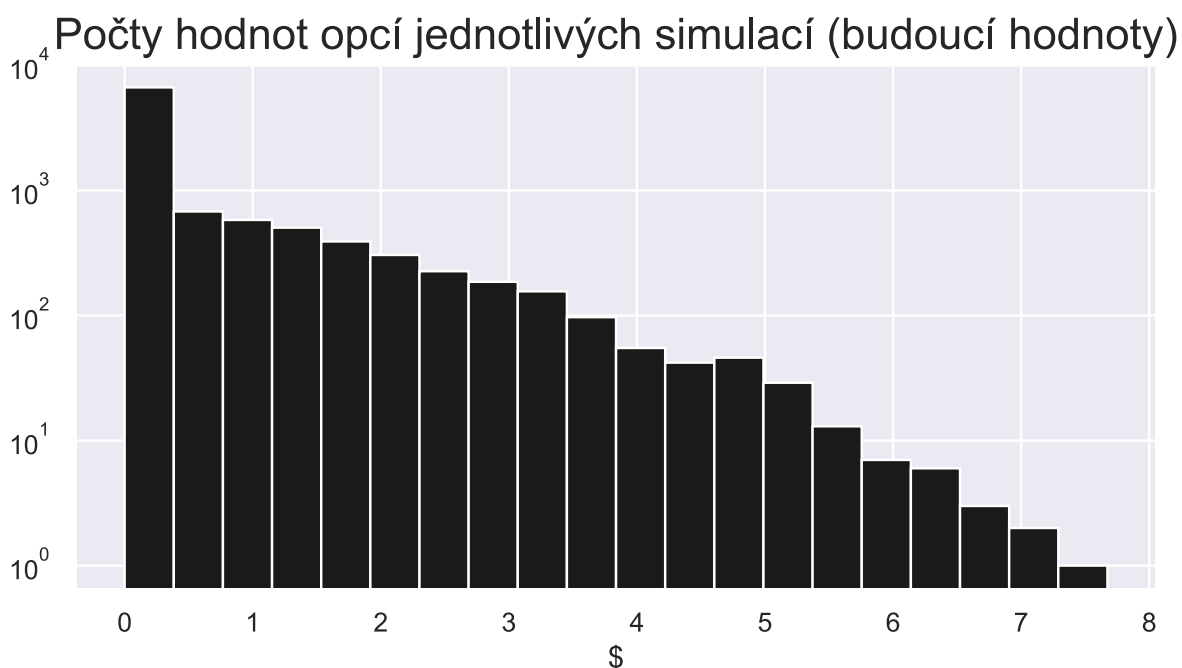
Tabulka 13 Parametry pro simulační výpočet calendar spread opce

Výsledkem simulačního výpočtu pro dané parametry je po převedení na současnou hodnotu hodnota opce \$0,60, po přepočtení na jednotku opčního kontraktu \$599,09. Pro převedení budoucí hodnoty na současnou jsem použil dobu do expirace v letech 51/252 a roční diskontní sazbu stejnou jako u asijské opce, 1,00 %.

Stejně jako u asijské opce musím i zde určit interval spolehlivosti. Pro tento simulační výpočet se hodnota nachází mezi \$0,58 a \$0,62 s 95% spolehlivostí.

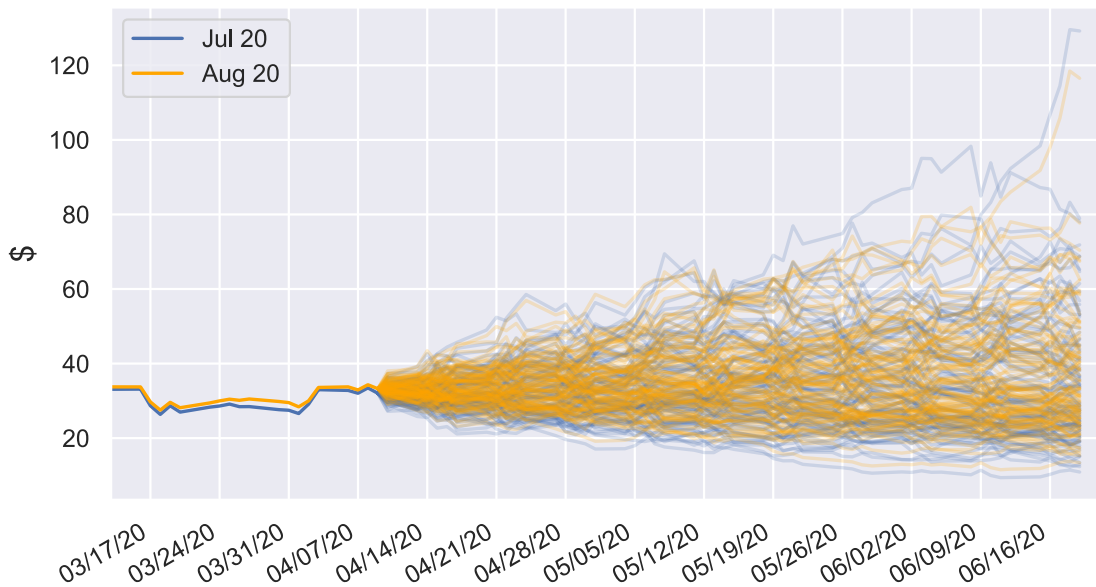
SMĚRODATNÁ ODCHYLKA	\$1,06
STADARDNÍ CHYBA	\$0,01
INTERVAL SPOLEHLIVOSTI (95 %)	$(\$0,60 - \$0,02 ; \$0,60 + \$0,02) = (\$0,58 ; \$0,62)$

Tabulka 14 Výpočet intervalu spolehlivosti



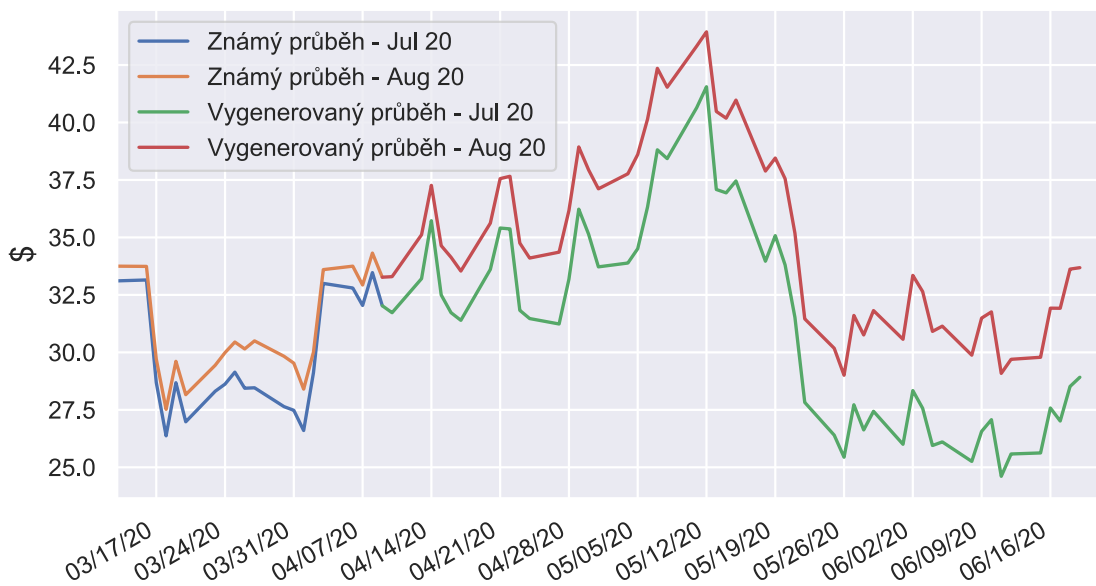
Obrázek 14 Konečné hodnoty opcí každé simulace

Prvních 100 simulací



Obrázek 15 Část simulací výpočtu

Jedna simulace cen futures kontraktů



Obrázek 16 Jedna ze simulací

Hodnota získaná simulačním výpočtem je mnohem menší, než je cena na burze (\$3,09). Možným vysvětlením je použitá korelace, která se blíží číslu 1. Při snížení korelace hodnota ze simulačního výpočtu roste. Pro zachování porovnatelnosti při změně parametrů stejně jako u asijské opce používám nastavený seed, který při každém simulačním výpočtu generuje stejná pseudonáhodná čísla.

Provedu ještě kontrolní výpočet pomocí funkce z příloženého CD ke knize *The Complete Guide to Option Pricing Formulas*, použitá funkce se jmenuje *Spread Option Approximation*. Pro parametry použiji stejné hodnoty jako při simulačním výpočtu.

**PARAMETRY PRO KONTROLNÍ
VÝPOČET + VÝSLEDEK**

TYP OPCE	PUT
POČÁTEČNÍ CENA 1. FUTURES KONTRAKTU	\$32,03
POČÁTEČNÍ CENA 1. FUTURES KONTRAKTU	\$33,27
STRIKE	-\$3,00
MNOŽSTVÍ OBOU PODKLADOVÝCH AKTIV	1
ČAS DO EXPIRACE OPCE	51/252 ~ 0,20 let
DISKONTNÍ SAZBA	1,00 %
CENA DRŽENÍ	0,00 %
VOLATILITA 1. KONTRAKTU	98,4 % (roční)
VOLATILITA 2. KONTRAKTU	84,8 % (roční)
KORELAČNÍ KOEFICIENT	0,988
SPREAD OPTION APPROXIMATION	\$0,26

Tabulka 15 Kontrolní výpočet pro spread opci

Výsledek použité funkce je \$0,26, méně než výpočet provedený simulací. Výsledek je stejně jako v případě simulačního výpočtu výrazně ovlivněn zvoleným korelačním koeficientem, jeho menší hodnota znamená vyšší výslednou cenu opce.

4.5 Mean reverting model

Další variantou modelů jsou mean reverting modely. Jak vyplývá z jejich názvu, jedná se o modely, které se vrací k dané průměrné hodnotě. Nejznámějším typem je Ornstein-Uhlenbeck proces, který v této kapitole budu vytvářet pomocí lineární regrese.

Mean reverting modely založené na minulých hodnotách ceny podkladového aktiva nejsou vhodné pro období, kdy náhle dojde ke skokové změně z důvodu nečekaných událostí ve světě. Propad ceny ropy v březnu 2020 způsobil, že získané parametry z lineární regrese nelze pro model použít, pokud se pro jejich určení použijí všechny dostupné historické ceny pro vybraný futures kontrakt.

Parametry pro model lze získat provedením OLS (ordinary least squares) na model lineární regrese. Aby měl model vlastnosti vracení k průměru, musí být výsledkem lineární regrese klesající přímka s kladnou konstantou. Pokud je závislá proměnná procentuální změna a nezávislá proměnná cena podkladového aktiva, při malé ceně musí převažovat kladné procentuální změny. Naopak při vysoké ceně převažují záporné procentuální změny, které zapříčiní snížení hodnoty k průměru. Vztah mezi Ornstein-Uhlenbeck procesem (při uvažování $\Delta t = 1$) a lineární regresí je znázorněn v následujících rovnicích. [30]

$$\Delta X = \kappa * (\theta - X) + \sigma * \varepsilon$$

$$\Delta X = \kappa * \theta - \kappa * X + \varepsilon_\sigma$$

$$b = -\kappa; a = \kappa * \theta \implies \kappa = -b; \theta = -\frac{a}{b}$$

$$\sigma = \text{směrodatná odchylka všech } \varepsilon_\sigma$$

$$\Delta X = a + b * X + \varepsilon_\sigma$$

Závislá proměnná regresního modelu ΔX představuje absolutní změnu ceny podkladového aktiva, závislá proměnná X vyjadřuje hodnotu poslední známé ceny. Pro mean reverting model musí být a větší než 0 a b menší než 0.

Pro provedení regrese použijte data kontraktu Crude Oil Jul 20 od 6/5/2019, pro výpočet používám Python knihovnu statsmodels. Hodnoty chyb ještě otestuji pomocí Whiteova testu. Nulová hypotéza testu je homoskedasticita chyb. Malá p hodnota indikuje heteroskedasticitu. Protože p hodnota je velmi blízká nule, lineární regresi provedu podruhé, ale tentokrát s použitím robustních standardních chyb (HC), pro výpočet použiji HC3. Výsledky koeficientů jsou v tabulce 16.

ZÁVISLÁ PROMĚNNÁ	a	b	κ	θ	σ
ΔX	-0,038	-0,001	0,001	-26,44	1,279
ΔX (HC3)	-0,038	-0,001	0,001	-26,44	1,277
%ZMĚNA	0,002	0,000	-	-	0,030

Tabulka 16 Výsledky lineární regrese celého datasetu

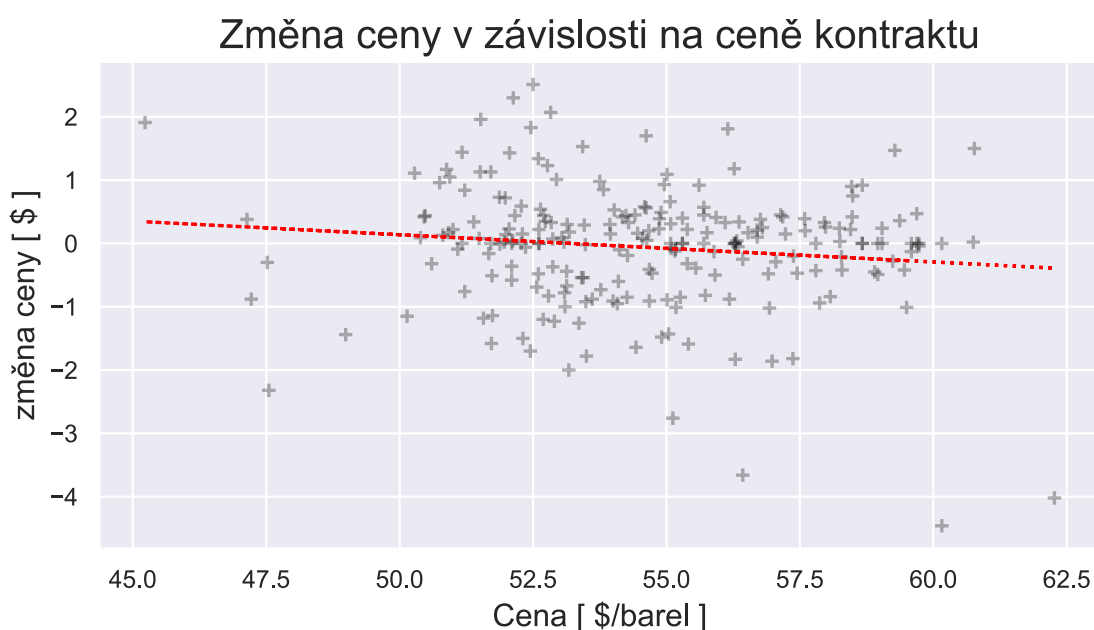
Z výsledků plyne, že model není mean reverting. Hodnota a není kladná a θ je záporné, i když by mělo vyjadřovat průměrnou hodnotu ceny podkladového aktiva. Pokud se místo ΔX jako závislá proměnná použije procentuální změna ceny podkladového aktiva, parametr a je kladný, ale b je záporná hodnota velmi blízká 0. Model tedy také nelze použít. Při použití procentuální změny jako závislé proměnné dojde ke změně významu κ a θ , proto jsou v tabulce 16 hodnoty vynechány.

Nyní provedu opět lineární regresi, tentokrát ale s odlišným časovým úsekem, 6/5/2019 až 8/3/2020, Je to interval, ve kterém ještě nedošlo ke skokovému propadu ceny futures kontraktu. V tomto případě jsou výsledkem výrazně jiné hodnoty, jak je vidět v tabulce 17.

ZÁVISLÁ PROMĚNNÁ	a	b	κ	θ	σ
ΔX	2,289	-0,043	0,043	53,20	0,956
ΔX (HC3)	2,289	-0,043	0,043	53,20	0,954
%ZMĚNA	0,040	-0,001	-	-	0,018

Tabulka 17 Výsledky lineární regrese s omezeným časovým úsekem

Všechny modely lze použít jako mean reverting, κ je kladná hodnota a θ vyjadřuje průměrnou hodnotu ve vybraném časovém intervalu. V období, kdy nedochází k velkým výkyvům cen, se tedy cena futures kontraktu vrací ke své dlouhodobé průměrné hodnotě.



Obrázek 17 Závislost změny ceny na ceně + regresní přímka

Model ovšem s danými parametry nelze použít, protože došlo k náhlému snížení ceny ropy po skončení zvoleného časového období. Po zhodnocení důvodů změny ceny ropy lze očekávat, že dojde ke změně průměrné hodnoty, ke které se cena ropy bude vracet. Pokud bych očekával stejné chování změn ceny ropy, pouze na nižší cenové hladině, mohl bych ponechat hodnoty pro κ a σ a změnit pouze průměrnou hodnotu θ , ke které bude cena směřovat. V minulých kapitolách ale bylo vidět, že volatilita změn cen se zvyšovala s klesající cenou futures kontraktu. Velká volatilita byla ovšem způsobena právě náhlým snížením ceny, po ustálení lze očekávat její snížení. Pro výpočet asijské opce tedy použiji model se získanými parametry κ a σ . Průměrnou hodnotu θ

určím jako průměr posledních 5 hodnot z datasetu, absolutní změna těchto hodnot byla v těchto případech vždy menší než $\pm \$1,5$, což jsou hodnoty, které jsou podobné těm na obrázku 17, hodnotám v ustáleném stavu. Hodnota průměru je pro posledních 5 hodnot $\$32,67$. Pro parametry použiji hodnoty výsledku při závislé proměnné ΔX s robustními standardními chybami. Model vypadá takto:

$$\Delta X = 0,043 * (32,67 - X) + chyba$$

Chyba byla dříve v textu označena jako ε_t , vyjadřující náhodné číslo ze standardního normálního rozdělení, vynásobené směrodatnou odchylkou všech chyb získaných z lineární regrese. Je ale možné, že nějaké jiné rozdělení představuje lepší možnost pro generování chyb. Provedu tedy fit chyb na vybraná distribuční rozdělení pro získání parametrů pro daná rozdělení a poté použiji Kolmogorov-Smirnov test, který porovnává chyby s daným rozdělením. Nejvyšší p hodnotu má studentovo rozdělení, budu jej používat pro generování chyb.

	NORMAL	T	CAUCHY	LAPLACE
LOC	0,000	0,093	0,151	0,000
SCALE	0,954	0,630	0,409	0,679
STUPEŇ VOLNOSTI	-	3,035	-	-
p (KS TEST)	0,003	0,426	0,225	0,020

Tabulka 18 Fit chyb na vybraná rozdělení

Parametry pro oceňovanou opci jsou stejné jako v kapitole s GBM, odlišné jsou parametry pro model, který je v tomto případě mean reverting.

PARAMETRY PRO SIMULAČNÍ

VÝPOČET

TYP OPCE	PUT
STRIKE	\$50,00
VÝCHOZÍ CENA	\$32,03 (9/4/2020)
POČET SIMULACÍ	10 000
POČET KROKŮ	36
POČET KROKŮ PRŮMĚROVACÍHO OBDOBÍ	21
UŽ ZNÁMÉ HODNOTY V PRŮMĚROVACÍM OBDOBÍ	Výchozí cena není v květnu, žádné průměrovací hodnoty neexistují.

PARAMETRY PRO GENEROVÁNÍ CHYB	Studentovo (T) rozdělení z tabulky 18
PRŮMĚRNÁ HODNOTA θ	\$32,67
RYCHLOST VRACENÍ K PRŮMĚRU κ	0,043
TYP ASIJSKÉ OPCE	Fixní strike

Tabulka 19 Parametry pro simulační výpočet opce mean reverting modelem

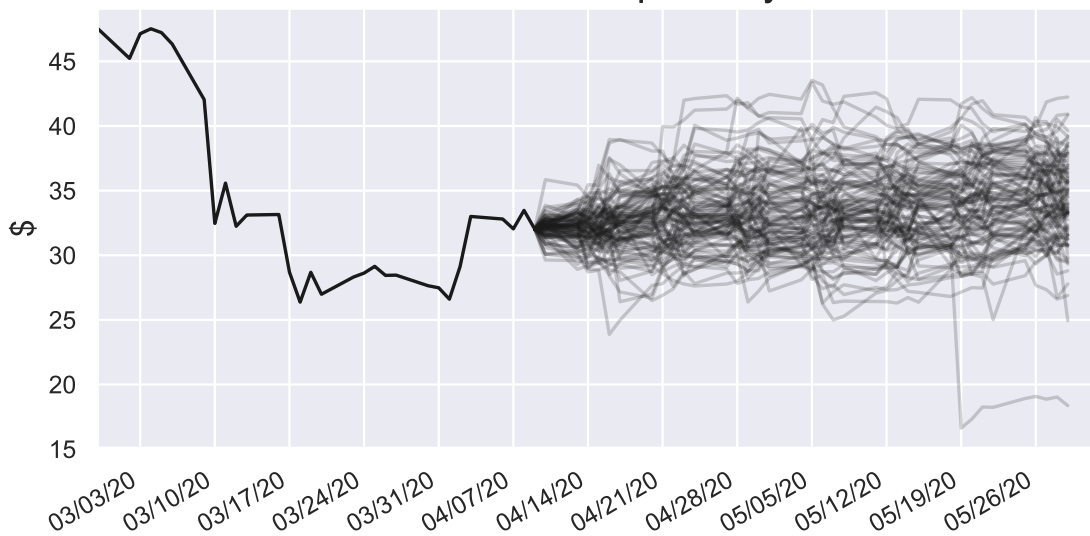
Současná hodnota opce podle simulace má hodnotu \$16,09. Pro jednotku kontraktu je nutné ještě číslo vynásobit 1 000, hodnota jednotky opce je tedy \$16 090,92. Pro převod z budoucí hodnoty na současnou byla jako v minulých případech použita 2-měsíční PRIBOR sazba, která je k 9/4/2020 1,00 % (roční hodnota). Pro parametr diskontní sazby (r) jsem proto použil hodnotu 0,01. Jako dobu do vypršení v letech jsem použil podíl 36/252, kde 36 je počet pracovních dnů do vypršení opce a 252 průměrná hodnota pracovních dnů v roce. Hodnota opce se nachází mezi \$16,03 a \$16,15 s 95% spolehlivostí.

SMĚRODATNÁ ODCHYLKA	\$2,96
STADARNÍ CHYBA	\$0,03
INTERVAL SPOLEHLIVOSTI (95 %)	$(\$16,09 - \$0,06 ; \$16,09 + \$0,06) = (\$16,03 ; \$16,15)$

Tabulka 20 Výpočet intervalu spolehlivosti

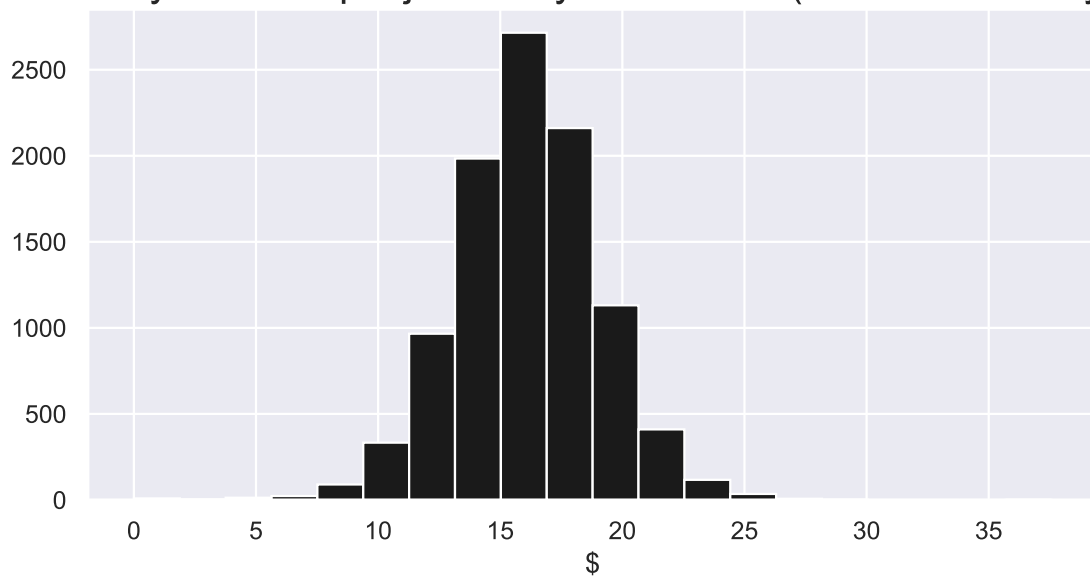
Výslednou hodnotu simulačního výpočtu lze porovnat s výpočtem asijské opce v minulé kapitole. Hodnota vypočítaná mean reverting modelem je nejmenší ze všech hodnot získaných pro asijskou opci v této práci. Protože opce je PUT, nižší hodnota opce znamená vyšší očekávanou cenu podkladového aktiva v době expirace opce. Hodnota opce je výrazně ovlivněna zvolenou průměrnou hodnotou pro futures kontrakt. Na obrázku 18 je vyobrazeno prvních 100 simulací simulačního výpočtu. Průběhy jsou méně volatilní než při výpočtu asijské opce v minulé kapitole a pohybují se kolem zvolené průměrné hodnoty. Náhlé snížení ceny u jedné ze simulací je způsoben vygenerováním extrémně záporné hodnoty ze studentova rozdělení.

Simulované průběhy



Obrázek 18 Prvních 100 simulací mean reverting modelu

Počty hodnot opcí jednotlivých simulací (budoucí hodnoty)



Obrázek 19 Počty hodnot opcí jednotlivých simulací

5 Vyhodnocení

V předešlé kapitole byly zpracovány simulační modely pro asijskou a calendar spread opci. Pro asijskou opci byly vytvořeny modely založené na GBM a mean reverting modelu, pro calendar spread opci model založený na GBM. Pro kontrolu a porovnání výsledků byly použity vzorce pro výpočet daných opcí a dále hodnoty ze stránek burzy, na které se opce obchodují. Den, od kterého začínají simulace, je 9/4/2020 (představuje poslední den, ke kterému jsou dostupné hodnoty).

PARAMETRY OPCE	ASIJSKÁ OPCE	CALENDAR SPREAD OPCE
TYP	PUT	PUT
STRIKE	\$50,00	-\$3,00
DATUM EXPIRACE	29/5/2020	19/6/2020
PODKLADOVÉ AKTIVUM (FUTURES KONTRAKT)	Crude Oil Jul 20	Crude Oil Jul 20, Crude Oil Aug 20

Tabulka 21 Shrnutí opčních kontraktů

Obě vybrané opce pro simulační výpočet jsou PUT. Pro asijskou PUT opci čím vyšší je její výsledná cena, tím nižší je hodnota podkladového aktiva v době expirace. Simulační výpočet podle GBM tedy očekává menší hodnotu podkladového aktiva oproti ostatním získaným cenám. Naopak simulační výpočet založený na mean reverting modelu predikuje nejvyšší cenu podkladového futures kontraktu.

Strike price calendar spread opce vyjadřuje rozdíl cen 2 kontraktů v den expirace opce. Záporná hodnota strike hodnoty znamená očekávanou vyšší cenu později expirujícího futures kontraktu (S2) oproti ceně dříve expirujícího (S1). Pro PUT čím více záporný je rozdíl $S1 - S2$, tím vyšší hodnotu opce má (pokud je realizační cena méně záporné číslo, v opačném případě je hodnota opce \$0). Simulační výpočet poskytl hodnotu, která je menší, než hodnota na burze, ale vyšší, než hodnota z aproximačního vzorce.

METODA ZÍSKÁNÍ CENY	ASIJSKÁ OPCE	CALENDAR SPREAD OPCE
SIMULAČNÍ VÝPOČET ZALOŽENÝ NA GBM	\$23,88 ± \$0,20 (95 %)	\$0,60 ± \$0,02 (95 %)

SIMULAČNÍ VÝPOČET ZALOŽENÝ NA MEAN REVERTING MODELU	\$16,09 ± \$0,06 (95 %)	-
DISCRETE ASIAN APPROXIMATION	\$17,95	-
CURRAN'S APPROXIMATION	\$17,95	-
SPREAD OPTION APPROXIMATION	-	\$0,26
CLOSING HODNOTA NA BURZE (VE STEJNÝ DEN, OD KTERÉHO SE DĚLÁ SIMULAČNÍ VÝPOČET)	\$20,15	\$3,09

Tabulka 22 Všechny získané hodnoty opcí

Porovnání získaných hodnot opcí je v tabulkách 23 a 24. Hodnoty vyjadřují procentuální rozdíl oproti hodnotě v prvním sloupci.

ASIJSKÁ OPCE	\$23,88	\$16,09	\$17,95	\$17,95	\$20,15
\$23,88	-	-32,62 %	-24,83 %	-24,83 %	-15,62 %
\$16,09	48,42 %	-	11,56 %	11,56 %	25,23 %
\$17,95	33,04 %	-10,36 %	-	0,00 %	12,26 %
\$17,95	33,04 %	-10,36 %	0,00 %	-	12,26 %
\$20,15	18,51 %	-20,15 %	-10,92 %	-10,92 %	-

Tabulka 23 Procentuální rozdíly mezi získanými hodnotami pro asijskou opci

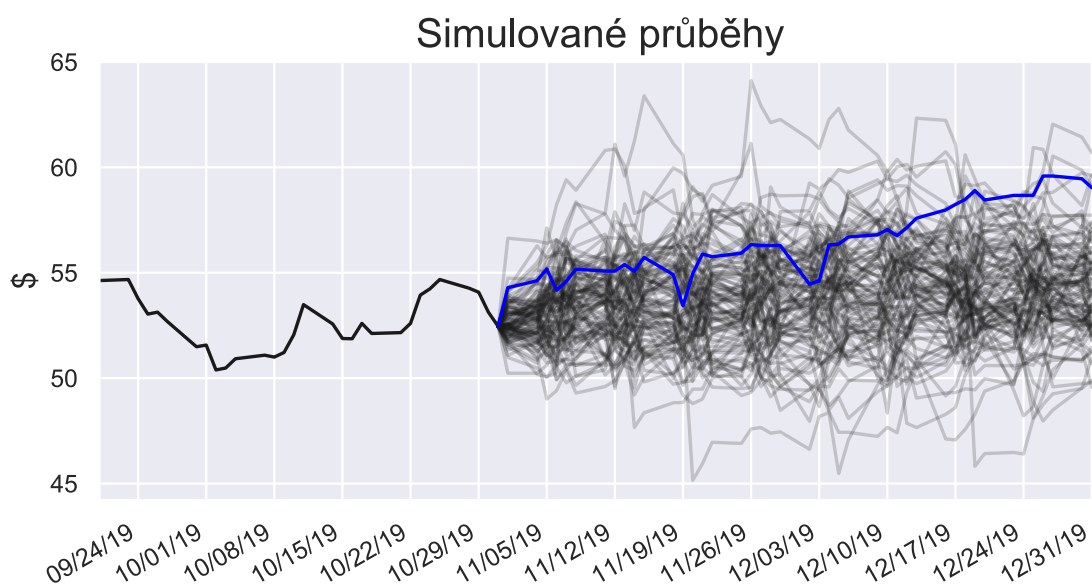
CALENDAR SPREAD OPCE	\$0,60	\$0,26	\$3,09
\$0,60	-	-56,67 %	415,00 %
\$0,26	130,77 %	-	1088,46 %
\$3,09	-80,58 %	-91,59 %	-

Tabulka 24 Procentuální rozdíly mezi získanými hodnotami pro calendar spread opci

Jedním z důvodů, kvůli kterým jsou výsledky při použití různých metod odlišné, je současné dění ve světě. Kombinace koronaviru, který způsobuje snížení činnosti podniků a tedy i snížení poptávky po ropě, s ropnou cenovou válkou způsobuje pád cen ropy na velmi nízkou hodnotu. Dne 20/4/2020 dokonce futures kontrakt na ropu poprvé v historii klesl do záporných hodnot

(květnový kontrakt 2020), s minimální hodnotou -\$39,44 za barel, kvůli hrozícímu přeplnění skladovacích zařízení.

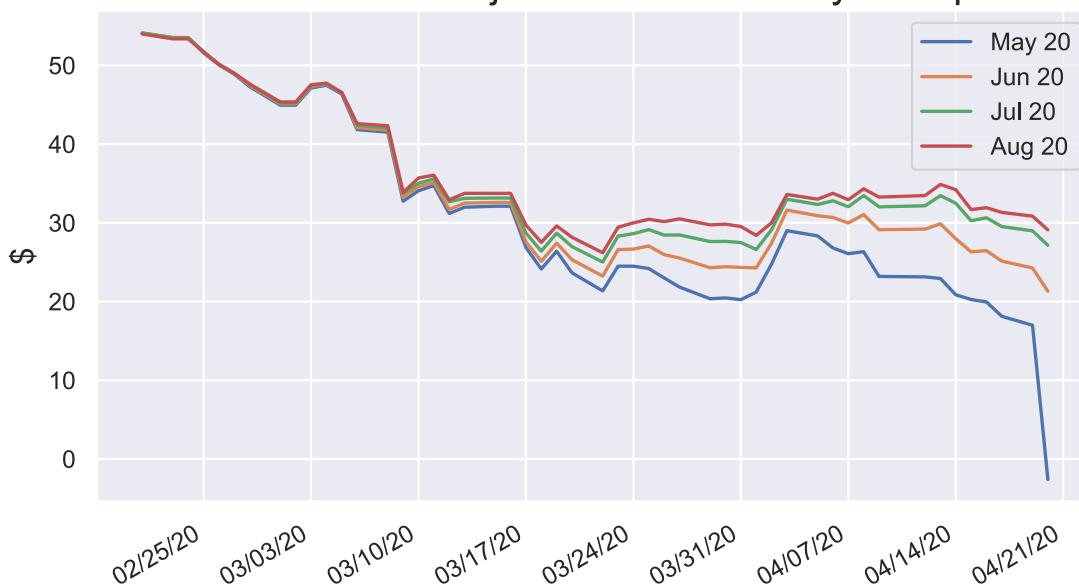
Pro ověření, jestli jsou hodnoty konzistentnější, pokud nedojde k náhlému propadu cen, byl proveden ještě jeden teoretický výpočet asijské opce pomocí mean reverting modelu. Pro výpočet byl použit stejný dataset pro futures na ropu. Expirace opce se uvažuje na konci prosince 2019, výchozí datum jako 31/10/2019, od kterého se provádí simulační výpočet. Výsledek simulačního výpočtu (\$4,22), lze porovnat s opravdovou hodnotou, protože už je známa (\$7,67). Kontrolní výpočty přes vzorce (Curran's approximation a Discrete Asian Approximation) vyšly v obou případech \$3,41. Výsledek simulačního výpočtu je blíže opravdové hodnotě než hodnoty vypočítané ze vzorců. Absolutní rozdíl obou výpočtů je \$0,81 (u opce, vypočítané v předchozí kapitole, byl rozdíl \$1,86). Hodnota k ceně na burze v neexistuje, podle rostoucího průběhu skutečné ceny (modře) na obrázku 20 během doby do expirace opce lze ale očekávat, že by byla menší, než skutečná hodnota. Výsledky se tedy zdají být o trochu konzistentnější.



Obrázek 20 Skutečný průběh a část simulací výpočtu

U futures kontraktů na ropu se s blížícím datem expirace zvyšuje volatilita, jak je vidět na obrázku 21. U kontraktu, který expiruje v květnu, se jeho cena snižuje mnohem rychleji oproti kontraktu, který vyprší následující měsíc. Výsledkem je vyšší cena PUT calendar spread opce, protože rozdíl cen prvního a druhého kontraktu je výrazně záporný. Použité modely v této diplomové práci neberou zvýšení volatility s blížícím se datem expirace v úvahu, jejich cena je tedy menší než cena na burze. Kontrolní výpočet podle vzorce také neuvažuje změnu volatility, hodnota \$0,26 je ještě menší, než výsledek simulačního výpočtu.

Po sobě následující futures kontrakty na ropu



Obrázek 21 Futures kontrakty na ropu (květen až srpen)

V diplomové práci se pro určení modelů využívala data s historickými cenami daného podkladového aktiva. Ve většině případů byly parametry modelů získány na základě všech dostupných dat. Parametry by jistě mohly mít i jiné hodnoty v závislosti na odlišném rozhodnutí o postupu pro jejich určení. Jako příklad může být parametr průměrné hodnoty při oceňování opce pomocí mean reverting modelu. Očekávaná hodnota byla určena podle posledních 5 dostupných cen futures kontraktu, které svou malou změnou oproti následující ceně indikovaly ustálení hodnot po náhlém snížení ceny. Další možností by bylo ponechat výslednou hodnotu průměru, získanou z regresní analýzy. Možnou alternativou by mohlo být i využití znalostí osob, které mají dlouhodobou zkušenost s obchodováním dané komodity a mají tedy představu a odhad, jak se cena bude vyvíjet v budoucnosti. Doporučení očekávané ustálené průměrné hodnoty podkladového aktiva by pro tento parametr odstranilo potřebu využití historických hodnot.

Při simulačních výpočtech bylo pro počet simulací používáno číslo 10 000. V tabulce 25 je porovnání s jinými hodnotami. S přibývajícím počtem simulací se snižuje standardní chyba, na druhou stranu se ale prodlužuje doba simulace. Časy jsou pouze orientační, liší se při každém měření a závisí také na počítači, který je pro provedení simulačního výpočtu použit. Porovnáním standardních chyb obou výpočtů asijské opce je zřejmá nižší standardní chyba u mean reverting modelu, způsobená nižší volatilitou simulovaných průběhů cen podkladového aktiva. Výrazně delší doba u calendar spread opce je způsobena simulováním cen 2 podkladových aktiv najednou.

Ceny na Yahoo Finance i na stránkách CME Group jsou uváděny v přesnostech na centy. Ideální počet simulací by byl, pokud by krajní hodnoty konfidenčního intervalu, vypočteného ze

standardní chyby, nezměnily hodnotu opce s přesností na dvě desetinná čísla (centy). Počet simulací by musel být velmi vysoký, výpočet by zabral hodně času. Pro porovnání cen opcí z různých zdrojů je 10 000 simulací dostačující. Intervaly spolehlivosti jsou pro pozorované ceny dostatečně malé, aby se v nich nevyskytovaly ceny z ostatních výpočtů. Pokud by k tomu došlo, nebylo by možné rozeznat, který z výsledků je menší nebo větší a bylo by nutné provést nový simulační výpočet s vyšším počtem simulací. Nový výsledek by měl mít interval spolehlivosti, do kterého by cena z jiného zdroje už nepatřila.

VÝPOČET	SIMULACE [POČET]	CENA [\$]	STANDARDNÍ CHYBA [\$]	ČAS [s]
ASIJSKÁ OPCE (GBM)	10	24,80	3,656	0,166
	100	24,69	1,087	0,190
	1 000	23,72	0,331	1,893
	10 000	23,88	0,103	17,594
	50 000	23,73	0,046	87,590
CALENDAR SPREAD OPCE (GBM)	10	0,47	0,271	0,216
	100	0,54	0,107	0,545
	1 000	0,57	0,034	4,976
	10 000	0,60	0,011	50,979
	50 000	0,60	0,005	242,679
ASIJSKÁ OPCE (MEAN REVERTING)	10	16,30	0,820	0,020
	100	16,14	0,279	0,234
	1 000	16,04	0,092	2,032
	10 000	16,09	0,030	19,224
	50 000	16,07	0,013	96,038

Tabulka 25 Různý počet simulací

Vytvořené funkce simulací lze použít i pro jiné asijské a spread opční kontrakty, nejsou omezeny pouze na výpočty provedené v diplomové práci. Opce mohou být PUT i CALL, asijské opce mohou mít fixní nebo floating (vypočtený jako průměr hodnot podkladového aktiva) strike. Podrobnější popis je ve zdrojovém kódu.

6 Seznam obrázků

Obrázek 1: Long CALL	2
Obrázek 2: Long PUT	2
Obrázek 3: Cena CALL opce.....	5
Obrázek 4: Spread mezi ropou a benzínem	7
Obrázek 5 Průběh ceny kontraktu Crude Oil Jul 20	22
Obrázek 6 Změna ceny v závislosti na ceně kontraktu.....	23
Obrázek 7 Porovnání průběhů cen dvou futures kontraktů.....	23
Obrázek 8 Porovnání změn cen v závislosti na ceně kontraktů.....	24
Obrázek 9 Rozdělení datasetu na 2 skupiny	26
Obrázek 10 Histogramy % změn obou skupin.....	27
Obrázek 11 Prvních 100 simulací cen futures kontraktu	30
Obrázek 12 Konečné hodnoty opcí každé simulace	31
Obrázek 13 Histogramy pro vybranou historii změn cen futures kontraktů.....	33
Obrázek 14 Konečné hodnoty opcí každé simulace	35
Obrázek 15 Část simulací výpočtu.....	36
Obrázek 16 Jedna ze simulací.....	36
Obrázek 17 Závislost změny ceny na ceně + regresní přímka.....	39
Obrázek 18 Prvních 100 simulací mean reverting modelu	42
Obrázek 19 Počty hodnot opcí jednotlivých simulací	42
Obrázek 20 Skutečný průběh a část simulací výpočtu.....	45
Obrázek 21 Futures kontrakty na ropu (květen až srpen)	46

7 Seznam tabulek

Tabulka 1: Typy spread opcí	8
Tabulka 2: Intercommodity spready	9
Tabulka 3 Ukázka datasetu	22
Tabulka 4 Jarque-Bera test	27
Tabulka 5 Parametry pro různá rozdělení skupiny L	28
Tabulka 6 Parametry pro různá rozdělení skupiny H	28
Tabulka 7 Parametry pro simulační výpočet asijské opce.....	29
Tabulka 8 Výpočet intervalu spolehlivosti	31
Tabulka 9 Kontrolní výpočty: parametry + výsledky.....	32
Tabulka 10 Korelace v závislosti na období.....	33
Tabulka 11 Jarque-Bera test pro změny cen dvou futures kontraktů	34
Tabulka 12 Průměr a směrodatná odchylka dat.....	34
Tabulka 13 Parametry pro simulační výpočet calendar spread opce.....	35
Tabulka 14 Výpočet intervalu spolehlivosti	35
Tabulka 15 Kontrolní výpočet pro spread opci	37
Tabulka 16 Výsledky lineární regrese celého datasetu.....	38
Tabulka 17 Výsledky lineární regrese s omezeným časovým úsekem.....	39
Tabulka 18 Fit chyb na vybraná rozdělení	40
Tabulka 19 Parametry pro simulační výpočet opce mean reverting modelem.....	41
Tabulka 20 Výpočet intervalu spolehlivosti	41
Tabulka 21 Shrnutí opčních kontraktů	43
Tabulka 22 Všechny získané hodnoty opcí	44
Tabulka 23 Procentuální rozdíly mezi získanými hodnotami pro asijskou opci	44
Tabulka 24 Procentuální rozdíly mezi získanými hodnotami pro calendar spread opci	44
Tabulka 25 Různý počet simulací	47

8 Pojmy

Strike price – realizační cena; cena, za kterou vlastník opce může koupit nebo prodat podkladové aktivum

Spot – současná cena

Short pozice – nachází se v ní ta strana, která opci prodá

Long pozice – nachází se v ní ta strana, která opci kupuje

CALL – typ opce, kupující má právo koupit za strike cenu

PUT – typ opce, kupující má právo prodat za strike cenu

OTC – over-the-counter

ITM – in the money, opce je v penězích

OTM – out of the money, opce je mimo peníze

ATM – at the money, opce je na penězích

NYMEX – New York Mercantile Exchange

Galon – jednotka objemu, v USA se pro kapaliny používá 1 galon ~ 3,8 litrů

Barel – jednotka objemu, 1 barel ropy ~ 160 litrů

MMBtu – milion britských tepelných jednotek

GBM – Geometric Brownian Motion

OLS – Ordinary least squares

9 Zdroje

- [1] Wolfram, “FinancialDerivative,” 2019. [Online]. Available: <https://reference.wolfram.com/language/ref/FinancialDerivative.html>.
- [2] J. Chen, “Exotic Option,” *Investopedia*, 2019. [Online]. Available: <https://www.investopedia.com/terms/e/exoticoption.asp>.
- [3] S. Errera and S. Brown, *Fundamentals of Trading Energy Futures & Options*. 2002.
- [4] “List of commodities exchanges,” *Wikipedia*, 2019. [Online]. Available: https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_commodities_exchanges.
- [5] “CME Group All Products,” *CME Group*, 2019. [Online]. Available: <https://www.cmegroup.com/trading/products/#pageNumber=1&sortAsc=false&sortField=oi&cleared=Options&group=7>.
- [6] “What Are Exotic Derivative Products?,” *FXCM*, 2019. [Online]. Available: <https://www.fxcm.com/uk/insights/what-are-exotic-derivative-products/>.
- [7] “Option Strategy Finder,” *TheOptionsGuide.com*, 2017. [Online]. Available: <https://www.theoptionsguide.com/option-trading-strategies.aspx>. [Accessed: 05-May-2020].
- [8] McKinsey&Company, “Crack Spread,” *Energy Insights by McKinsey*, 2019. [Online]. Available: <https://www.mckinseyenergyinsights.com/resources/refinery-reference-desk/crack-spread/>.
- [9] F. E. Benth and M. D. Schmeck, “Pricing and hedging quanto options in energy markets,” *J. Energy Mark.*, vol. 7, no. 2, pp. 35–70, 2014.
- [10] A. Eydeland and W. Krzysztof, *Energy and Power Risk Management*. John Wiley & Sons, Inc., 2003.
- [11] J. Chen, “Swing Option Definition,” *Investopedia*, 2019. [Online]. Available: <https://www.investopedia.com/terms/s/swing-option.asp>.
- [12] J. Chen, “Asian Option,” *Investopedia*, 2018. [Online]. Available: <https://www.investopedia.com/terms/a/asianoption.asp>.
- [13] M. Burger, B. Graeber, and G. Schindlmayr, *Managing Energy Risk*. Hoboken, NJ, USA: John Wiley & Sons, Inc., 2012.
- [14] P. Hepperger, “Hedging electricity swaptions using partial integro-differential equations,” *Stoch. Process. their Appl.*, vol. 122, no. 2, pp. 600–622, 2012.
- [15] E. G. Haug, *The Complete Guide to Option Pricing Formulas*, 2 edition. McGraw-Hill Education, 2007.
- [16] R. Carmona and V. Durrleman, “Pricing and hedging spread options,” *SIAM Rev.*, vol. 45, no. 4, pp. 627–685, 2003.
- [17] P. Hansen, “Pricing exotic power options,” 2014.

- [18] E. G. Haug, “Practical Valuation of Power Derivatives,” *Wilmott Mag.*
- [19] S. Lalley and P. Mykland, “Statistics 313: Stochastic Processes II - G. Brownian Motion,” 2013.
- [20] J. J. Lucia and E. S. Schwartz, “Electricity prices and power derivatives: Evidence from the Nordic Power Exchange,” *Rev. Deriv. Res.*, vol. 5, no. 1, pp. 5–50, 2002.
- [21] T. Kluge, “Pricing swing options and other electricity derivatives,” *Philosophy*, p. 137, 2010.
- [22] A. Arratia, A. Cabaña, and E. M. Cabaña, “Modeling stationary data by a class of generalized ornstein-uhlenbeck processes: The Gaussian case,” *Lect. Notes Comput. Sci. (including Subser. Lect. Notes Artif. Intell. Lect. Notes Bioinformatics)*, vol. 8819, pp. 13–24, 2014.
- [23] Auquan, “Auquan/Tutorials - Time Series Analysis,” 2020. [Online]. Available: <https://github.com/Auquan/Tutorials>. [Accessed: 10-Mar-2020].
- [24] J. Brownlee, “A Gentle Introduction to SARIMA for Time Series Forecasting in Python,” 2018. [Online]. Available: <https://machinelearningmastery.com/sarima-for-time-series-forecasting-in-python/>. [Accessed: 10-Mar-2020].
- [25] Statsmodels, “statsmodels.tsa.arima_model.ARIMAResults,” 2020. [Online]. Available: https://www.statsmodels.org/dev/generated/statsmodels.tsa.arima_model.ARIMAResults.html. [Accessed: 10-Mar-2020].
- [26] J. Janczura, S. Trück, R. Weron, and R. C. Wolff, “Identifying spikes and seasonal components in electricity spot price data: A guide to robust modeling,” *Energy Econ.*, vol. 38, pp. 96–110, 2013.
- [27] “Futures Chain,” *Yahoo! Finance*, 2020. [Online]. Available: <https://finance.yahoo.com/quote/CLN20.NYM/futures>. [Accessed: 21-Apr-2020].
- [28] “WTI Average Price Option,” *NYMEX Rulebook*, 2009. [Online]. Available: <https://www.cmegroup.com/content/dam/cmegroup/rulebook/NYMEX/3/341.pdf>. [Accessed: 21-Apr-2020].
- [29] “Crude Oil Financial Calendar Spread,” *NYMEX Rulebook*, 2009. [Online]. Available: <https://www.cmegroup.com/content/dam/cmegroup/rulebook/NYMEX/3/397.pdf>. [Accessed: 21-Apr-2020].
- [30] “How can I estimate the Ornstein-Uhlenbeck parameters of some mean reverting data that I have on R?” [Online]. Available: <https://quant.stackexchange.com/a/17191>. [Accessed: 18-May-2020].

10 Přílohy

Přílohy jsou dostupné k nahlédnutí na <https://github.com/sedlarp/exotic-options-simulations> spolu s ostatními soubory, použitými při tvorbě této diplomové práce. Soubory v odkazu jsou také přiloženy k diplomové práci jako .zip soubor, doporučuji ale využití odkazu.